G4. Asintoti e continuità - Esercizi

Trovare gli asintoti delle seguenti funzioni.

PROCEDIMENTO:
Ricerca degli asintoti verticali:
- Trovare il dominio
- Calcolare il limite per x che tende agli estremi del dominio
- Se tale limite vale un numero allora la retta x=……non è un asintoto verticale
- Se tale limite vale **infinito** allora la retta x=……è un asintoto verticale

Ricerca degli asintoti orizzontali
- Calcolare il limite per x che tende a infinito (talvolta bisogna distinguere tra +∞ e -∞)
- Se tale limite vale infinito o non esiste non ci sono asintoti orizzontali
- Se tale limite vale un **numero k** allora la retta y=……è un asintoto orizzontale

Ricerca degli asintoti obliqui (da calcolare solo se non c'è l'asintoto orizzontale)

- Si calcolano i limiti $m = \lim_{x\to\infty} f(x)\cdot\frac{1}{x}$ $q = \lim_{x\to\infty} f(x) - mx$
- Se i due limiti hanno come risultato dei numeri allora l'asintoto obliquo è la retta y=mx+q
- Se anche solo uno dei due limiti non esiste o vale infinito non c'è l'asintoto obliquo

1) $y = \frac{2x^2+1}{x^2-2}$ [$x=\sqrt{2}; x=-\sqrt{2}; y=2$]

2) $y = \frac{1}{x^2-1}$ [x=1; x=-1; y=0]

3) $y = \frac{1}{x^2+1}$ [y=0]

4) $y = \frac{1-2x^2}{x-3}$ [x=3; y=-2x-6]

5) $y = \frac{x^2+2x}{x^2-4}$ [x=2; y=1]

6) $y = \frac{x^3-x^2-2x}{x^2-1}$ [x=1; y=x-1]

7) $y = \frac{5}{x+3}$ [x=-3; y=0]

8) $y = \frac{x^2-1}{x}$ [x=0; y=x]

9) $y = \frac{x^4+2x^2}{x^2+1}$ [non ci sono asintoti]

10) $y = \frac{2x-1}{2-x}$ [x=2; y=-2]

11) $y = \frac{x-2x^3}{x^2-x}$ [x=1; y=-2x-2]

12) $y = \frac{x^3-x^2}{2x-1}$ [$x=\frac{1}{2}$]

13) $y = \sqrt{x^2+1}$ [y=x (x→+∞), y=-x (x→-∞)]

14) $y = \ln(2x-x^2)$ [x=0; x=2]

15) $y = \sqrt{9x^2+2x}$ [$y=3x+\frac{1}{3}$ (x→∞), $y=-3x-\frac{1}{3}$ (x→-∞)]

16) $y = \frac{3x}{x^2-2x-8}$ [x=-2; x=4; y=0]

17) $y = \frac{x+2}{x^2-3x-10}$ [x=5; y=0]

18) $y = \frac{x^3+x}{2x^2}$ [x=0; $y=\frac{1}{2}x$]

19) $y = \left|\frac{x}{x^2-1}\right|$ [x=-1; x=1; y=0]

20) $y = \sqrt{x^3+x^2}$ [non ci sono asintoti]

21) $y = \left|\frac{x^3}{x^2-1}\right|$ [y=x (x→∞), y=-x (x→-∞)]

22) $y = \ln\left(\frac{x+1}{x^2}\right)$ [x=0; x=-1]

23) $y = e^x$ [y=0]

24) $y = \frac{e^x-1}{e^x}$ [y=1]

25) $y = \frac{e^x}{e^x-1}$ [x=0; y=1]

26) $y = \frac{e^{2x}}{e^x+1}$ [non ci sono asintoti]

27) $y = \frac{3}{2+3^{\frac{1}{x}}}$ [y=1]

28) $y = \frac{3}{3^{\frac{1}{x}}-4}$ [y=-1]

29) $y = \frac{x^3+x}{x^2+2}$ [y=x]

Trovare i punti di discontinuità delle seguenti funzioni e dirne la specie.

PROCEDIMENTO:
- Trovare il dominio.
- Calcolare il limite destro e quello sinistro per x che tende agli estremi del dominio.
- Se tali limiti sono **diversi** x=……è un punto di discontinuità di **prima specie.**
- Se almeno uno dei due limiti è **infinito o non esiste** x=…… è un punto di discontinuità di **seconda specie.**
- Se tali limiti sono **uguali** tra loro x=……è un punto di discontinuità di **terza specie.**

30) $y = \frac{2x^2+1}{x^2-2}$ [$x=\sqrt{2}$ di 2°specie, $x=-\sqrt{2}$ di 2°specie]

31) $y = \frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$ [x=1 di 3°specie, x=2 di 2°specie]

32) $y = \frac{x^2}{x^2-3x+2}$ [x=1 di 2°specie, x=2 di 2°specie]

33) $y = \frac{x}{\text{sen}x}$ [x=0 di 3°specie]

34) $y = \frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$ [x=4 di 3°specie]

35) $y = \frac{3}{2+3^{\frac{1}{x}}}$ [x=0 di 1°specie]

36) $y = \frac{x+1}{|x+1|}$ [x=-1 di 1°specie]

37) $y = \text{tg}x$ [$x=\frac{\pi}{2}+k\pi$ di 2°specie]

38) $y = \text{cotg}x$ [$x=0+k\pi$ di 2°specie]

39) $y = e^{\frac{1}{x}}$ [x=0 di 2°specie]

40) $y = \text{sen}\frac{1}{x}$ [x=0 di 2°specie]

41) $y = \frac{2x^2-18}{x-3}$ [x=3 di 3°specie]

42) $y = \frac{|x|}{x}$ [x=0 di 1°specie]

43) $y = \dfrac{e^x}{e^x - 1}$ [x=0 di 2°specie]

44) $y = \dfrac{1}{x^2 + 1}$ [non ci sono punti di discontinuità.]

45) $y = \dfrac{x^2 + 2x}{x^2 - 4}$ [x=-2 di 3°specie, x=2 di 2°specie]

46) $y = \dfrac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4}$ [x=2 di 2°specie]

47) $y = \dfrac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - 4}$ [x=-2 di 2°specie, x=2 di 3°specie]

48) $y = \dfrac{x^2 - 1}{x^3 - x}$ [x=0 di 2°specie, x=-1 di 3°specie, x=1 di 3°specie]

49) $y = \dfrac{x + 1}{x - 1}$ [x=1 di 2°specie]

50) $y = \ln(2x - x^2)$ [x=0 di 2°specie, x=2 di 2°specie]

51) $y = \dfrac{x^2 + x}{x^2 - x}$ [x=1 di 2°specie, x=0 di 3°specie]

52) $y = \dfrac{e^x}{e^x + 1}$ [non ci sono punti di discontinuità.]

53) $y = \dfrac{1}{\mathrm{sen}x - \cos x}$ [$x=\frac{\pi}{4}+k\pi$ di 2°specie]

54) $y = \mathrm{sgn}(x)$ [x=0 di 1°specie]

55) $y = \ln(x)$ [x=0 di 2°specie]

56) $y = \dfrac{4}{\sqrt{2 - x}}$ [x=2 di 2°specie]

57) $y = e^{\frac{x^2-4}{x+2}}$ [x=-2 di 3°specie]

58) $y = \sqrt{x-3} - \sqrt{x}$ [non ci sono punti di discontinuità]