F2. Trigonometria - Esercizi

RISOLVERE I SEGUENTI TRIANGOLI RETTANGOLI. (angolo1 è opposto a cateto1, angolo2 è opposto a cateto2)

1)	ipotenusa=10	cateto1=5	[cateto2= $5\sqrt{3}$, angolo1=30°, angolo2=60°]
2)	ipotenusa=2	cateto1= $\sqrt{2}$	[cateto2= $\sqrt{2}$, angolo1=45°, angolo2=45°]
3)	ipotenusa= $6\sqrt{3}$	cateto1=9	[cateto2= $3\sqrt{3}$, angolo1=60°, angolo2=30°]
4)	cateto1=3	cateto2=3	[ipotenusa= $3\sqrt{2}$, angolo1=45°, angolo2=45°]
5)	cateto1= $\sqrt{3}$	cateto2=3	[ipotenusa= $2\sqrt{3}$, angolo1=60°, angolo2=30°]
6)	cateto1=1	cateto2= $\sqrt{2}+1$	[ipotenusa= $\sqrt{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$, angolo1=22,5°, angolo2=67,5°]
7)	ipotenusa= $\sqrt{6}$	angolo1=45°	[angolo2=45°, cateto1= $\sqrt{3}$, cateto2= $\sqrt{3}$]
8)	ipotenusa= $2\sqrt{2}$	angolo1=60°	[angolo2=30°, cateto1= $\sqrt{6}$, cateto2= $\sqrt{2}$]
9)	ipotenusa=2	angolo1=30°	[angolo2=60°, cateto1=1, cateto2= $\sqrt{3}$]
10)	cateto1= $\sqrt{10}$	angolo2=60°	[cateto2= $\sqrt{30}$, angolo1=30°, ipotenusa= $2\sqrt{10}$]
11)	cateto1=1	angolo2=45°	[cateto2=1, angolo1=45°, ipotenusa= $\sqrt{2}$]
12)	cateto1=1	angolo2=15°	[cateto2= $2-\sqrt{3}$, angolo1=75°, ipotenusa= $\sqrt{6}-\sqrt{2}$]
13)	cateto1= $\sqrt{15}$	angolo1=60°	[cateto2= $\sqrt{5}$, angolo2=30°, ipotenusa= $2\sqrt{5}$]
14)	cateto1=1	angolo1=15°	[cateto2= $2+\sqrt{3}$, angolo2=75°, ipotenusa= $\sqrt{6}+\sqrt{2}$]
15)	cateto1= $\sqrt{2}-1$	angolo1=22,5°	[cateto2=1, angolo2=67,5°, ipotenusa= $\sqrt{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}$]
16)	ipotenusa=5	cateto1=3	[cateto2=4, angolo1≅36,87°, angolo2≅53,13°]
17)	cateto1=2	cateto2=4	[ipotenusa= $2\sqrt{5}$, angolo1≅26,57°, angolo2≅63,43°]
18)	ipotenusa=13	angolo1=22,62°	[angolo2≅67,38°, cateto1=5, cateto2=12]
19)	cateto1=8	angolo2=70°	[cateto2≅21,98, angolo1=20°, ipotenusa≅23,39]
20)	cateto1=15	angolo1=50°	[cateto2≅12,59°, angolo2=40°, ipotenusa≅19,58]

RISOLVERE I SEGUENTI TRIANGOLI QUALUNQUE.

21)	a=1	b= $\sqrt{2}+1$	α=22,5°	[β=67,5°	c= $\sqrt{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$	γ=90°] DIFFICILE
22)	a= $\sqrt{6}+\sqrt{2}$	b= $\frac{2}{3}\sqrt{3}$	α=60°	[β=15°	c= $2+\frac{4}{3}\sqrt{3}$	γ=105°]
23)	a= $\sqrt{6}+\sqrt{2}$	b= $\sqrt{2}$	α=45°	[β=15°	c= $3+\sqrt{3}$	γ=120°]
24)	a= $\sqrt{3}$	b=3	α=30°	[β_1=60°	c_1= $2\sqrt{3}$	γ_1=90°]
				[β_2=120°	c_2= $\sqrt{3}$	γ_2=90°]
25)	a=2	b= $2\sqrt{2}$	α=45°	[β=90°	c=2	γ=45°]
26)	a= $\sqrt{6}-\sqrt{2}$	b= $2\sqrt{3}-2$	α=30°	[β_1=135°	c_1= $44-24\sqrt{3}$	γ_1=15°]
				[β_2=45°	c_2= $4-2\sqrt{3}$	γ_2=105°]
27)	a= $2\sqrt{3}$	b= $2\sqrt{3}$	γ=60°	[c= $2\sqrt{3}$	α=60°	β=60°]
28)	a=10	b=10	γ=120°	[c= $10\sqrt{3}$	α=30°	β=30°]
29)	a= $2\sqrt{3}$	b= $6+4\sqrt{3}$	γ=60°	[c= $3\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)$	α=15°	β=105°]
30)	a=1	b= $\sqrt{2}-1$	γ=90°	[c= $\sqrt{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}$	α=67,5°	β=22,5°]
31)	a=1	b= $\sqrt{6}-\sqrt{2}$	γ=15°	[c= $2-\sqrt{3}$	α=75°	β=90°]
32)	a= $\sqrt{6}+\sqrt{2}$	b=2	γ=75°	[c= $\sqrt{6}+\sqrt{2}$	α=75°	β=30°]
33)	a=1	b= $2+\sqrt{3}$	c= $\sqrt{6}+\sqrt{2}$	[α=15°	β=75°	γ=90°]
34)	a=2	b= $\sqrt{6}$	c= $1+\sqrt{3}$	[α=45°	β=60°	γ=75°]
35)	a=5	b=5	c= $5\sqrt{2}$	[α=45°	β=45°	γ=90°]
36)	a= $\sqrt{2}$	b= $\sqrt{2}$	c= $\sqrt{6}$	[α=30°	β=30°	γ=120°]
37)	a=1	b=2	c= $\sqrt{3}$	[α=30°	β=90°	γ=60°]
38)	a=3	b=7,59	c=8,64	[α≅20°	β≅60°	γ≅100°]
39)	a=2	α=60°	γ=60°	[b=2	c=2	β=60°]
40)	b= $3-\sqrt{3}$	β=120°	γ=45°	[a= $2\sqrt{2}-\sqrt{6}$	c= $\sqrt{6}-\sqrt{2}$	α=15°]
41)	c=2	β=30°	γ=15°	[α=135°	b= $\sqrt{6}+\sqrt{2}$	a= $2+2\sqrt{3}$]
42)	a=2	α=75°	γ=45°	[b= $3\sqrt{2}-\sqrt{6}$	c= $2\left(\sqrt{3}-1\right)$	β=60°]
43)	b=8	β=100°	γ=35°	[c≅4,66	a≅5,74	α≅45°]
44)	c=2	β=80°	γ=50°	[α≅50°	a≅2	b≅2,57]

RISOLVERE I SEGUENTI PROBLEMI UTILIZZANDO I TRIANGOLI RETTANGOLI E QUALUNQUE. (nei primi esercizi si chiede solo di spiegare a parole il procedimento, con gli asterischi si segnalano gli esercizi che non si risolvono con un solo passaggio)

45) Voglio misurare la larghezza di un fiume senza attraversarlo. Come posso fare?
46) Voglio misurare l'altezza di un lampione per l'illuminazione. Come posso fare?
47) Voglio misurare la distanza di una nave dalla riva. Come posso fare?
48) Come si fa a misurare l'altezza di una montagna rimanendo in pianura?
49) Come si fa a misurare la lunghezza di un tunnel che deve essere ancora costruito?
50) Sulla riva di un fiume la distanza dal punto A al punto B è di 200 metri. Esattamente di fronte al punto A dall'altra parte del fiume c'è un albero nel punto che chiameremo C. L'angolo $A\hat{B}C$ misura 30°. Qual è la larghezza del fiume dal punto A al punto C? (fig. 1) [circa 72,79 metri]

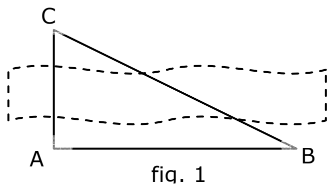

fig. 1

51) *Sulla riva di un fiume la distanza dal punto A al punto B è di 200 metri. Dall'altra parte del fiume c'è un albero nel punto C. L'angolo $A\hat{B}C$ misura 30°, l'angolo $B\hat{A}C$ misura 60°. Qual è la larghezza del fiume? (fig. 2) [circa 86,60 metri]

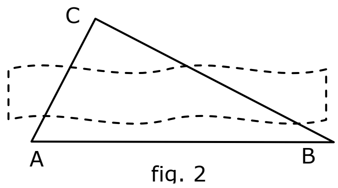

fig. 2

52) **Sulla riva di un fiume la distanza dal punto A al punto B è di 200 metri. Dall'altra parte del fiume c'è un albero nel punto C. L'angolo $A\hat{B}C$ misura 15°, l'angolo $B\hat{A}C$ misura 45°. Qual è la larghezza del fiume? (fig. 3) [circa 42,26 metri]

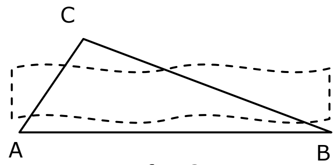

fig. 3

53) Voglio misurare l'altezza di un lampione per l'illuminazione con base nel punto A e punto più alto nel punto B. Misuro la distanza del punto A dal punto C dove mi trovo e vedo che è 10 metri. L'angolo $A\hat{C}B$ misura 60°. Quanto è alto il lampione? (fig. 4) [circa 17,32 metri]

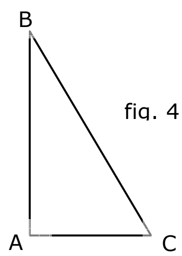

fig. 4

54) Un lampione ha base nel punto A e punto più alto nel punto B. Io mi trovo nel punto C e devo mettere un nastro decorativo da dove mi trovo al punto più alto del lampione. Sapendo che la distanza da A a C è 10 metri e l'angolo $A\hat{C}B$ misura 60°, quanti metri di nastro mi servono? (fig. 5) [20 metri]

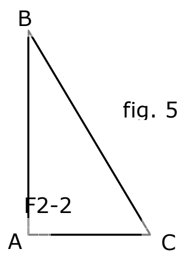

fig. 5

55) Mi trovo sulla riva del mare e misuro su di essa la distanza dal punto A al punto B che risulta essere 1 km. C'è una nave in mare nel punto che chiamiamo C. Gli angoli $A\hat{B}C$ e $B\hat{A}C$ misurano entrambi 20°. A che distanza dalla riva è la nave? (fig. 6) [circa 182 metri]

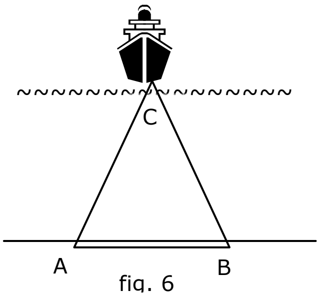

fig. 6

56) **Mi trovo sulla riva del mare e misuro su di essa la distanza dal punto A al punto B che risulta essere 1 km. C'è una nave in mare nel punto che chiamiamo C. L'angolo $A\hat{B}C$ misura 30° e l'angolo $B\hat{A}C$ misura 20°. A che distanza dalla riva è la nave? (fig. 7)[circa 223 metri]

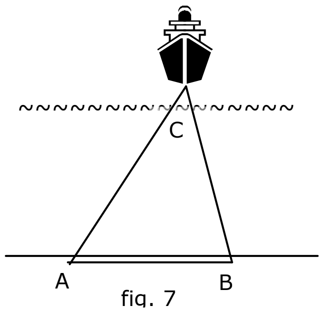

fig. 7

57) Un lago ha al centro un'isoletta che indichiamo con il punto C. Si misura la distanza dal punto A al punto B sulle rive del lago e si vede che è 300 metri e gli angoli $A\hat{B}C$ e $B\hat{A}C$ che risultano essere 120° e 30° rispettivamente. Quali sono le distanze AC e BC? (fig. 8) [circa 519,61 m, 300 m]

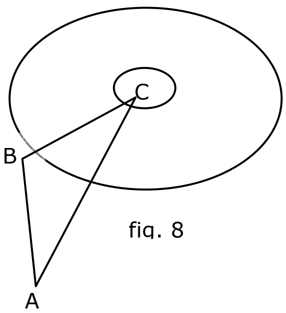

fig. 8

58) *Sono in pianura e misuro la distanza dal punto A al punto B che risulta essere 1000 metri. Indico la cima di una montagna come punto C. Misuro gli angoli $A\hat{B}C$ che risulta essere 30° e $B\hat{A}C$ che risulta essere 145°. Quanto è alta la montagna? (fig. 9) [circa 3290 metri]

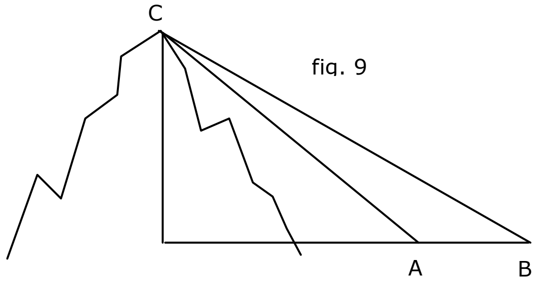

fig. 9

59) *La piramide di Ammutzaclan ha angoli alla base di 45°. Da dove mi trovo alla piramide c'è una distanza di 50 metri e dalla mia posizione la cima ha una altezza angolare di 40°. Quanto è alta la piramide? Quanto misura il suo spigolo di base? (fig. 10) [circa 260m, 520 m]

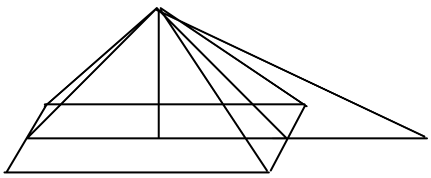

fig. 10

60) In una montagna si deve costruire un tunnel dal punto A al punto B. Io mi trovo nel punto C dal quale vedo sia il punto A che il punto B. Riesco così a misurare la distanza AC (1 km), e la distanza BC (1500 metri). Misuro infine l'angolo $A\hat{C}B$ che risulta essere 15°. Quanto sarà lungo il tunnel? (fig. 11) [circa 593 metri]

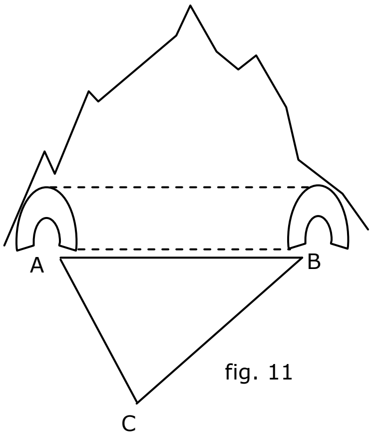

fig. 11

61) Dalla cima (punto C) di una montagna alta 1400 metri rispetto alla pianura vedo sia l'ingresso (A) che l'uscita (B) di un tunnel che passa esattamente sotto di me. Chiamo H il punto esattamente sotto di me nel tunnel. L'angolo $A\hat{C}H$ misura 30°, l'angolo $B\hat{C}H$ misura 45°. Quanto è lungo il tunnel? (fig. 12) [circa 2208 metri]

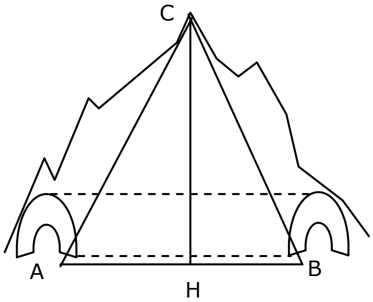

fig. 12

62) **Sono su una riva del fiume e misuro la distanza dal punto A al punto B che risulta essere 300 metri. Sull'altra riva del fiume si trovano due alberi nei punti C e D. Conoscendo l'ampiezza dei seguenti angoli $C\hat{A}B = 80°$, $D\hat{A}B = 30°$, $A\hat{B}C = 60°$, $A\hat{B}D = 110°$, trovare la distanza CD. (fig. 13) [circa 206 metri]

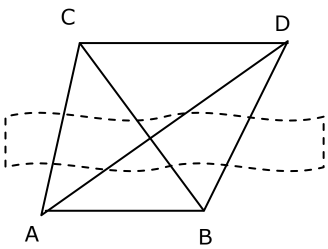

fig. 13

63) La terra, ruotando intorno al sole, in sei mesi si sposta dal punto A al punto B. Sapendo che la distanza della terra dal sole è circa 150 milioni di km si vuole calcolare la distanza AC (che è circa uguale a BC) di una stella che si trovi in un punto C, essendo stati misurati gli angoli $A\hat{B}C = 118{,}9°$ e $B\hat{A}C = 61°$ (fig. 14) [circa 150000 milioni di km]

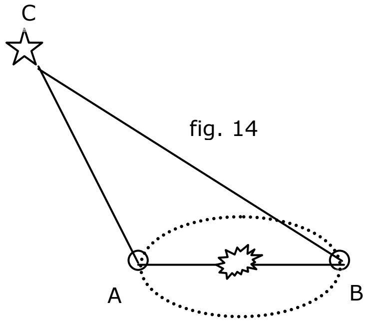

fig. 14

64) Si sa che la distanza tra la mia città sulla terra (A) e la luna (B) è circa 380000km. Un satellite in orbita geostazionaria per telecomunicazioni (C) ha distanza dalla terra nel punto A di 35786km. Sapendo che l'angolo $C\hat{A}B$ è 35° calcolare la distanza tra il satellite e la luna. (fig. 15) [circa 351000 km]

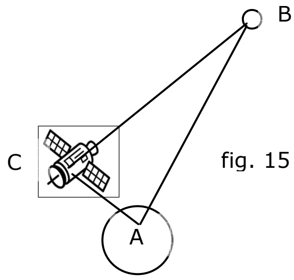

fig. 15

65) In guerra l'esercito dei buonissimi ha un cannone in cima alla montagna A e un osservatore in cima alla montagna B. La distanza tra le due cime delle montagne è, secondo le mappe militari, di 3500 metri. In pianura nel punto C c'è un carro armato dell'esercito dei malvagi. Sapendo che gli angoli $A\hat{B}C$ e $B\hat{A}C$ sono rispettivamente 60° e 45°, trovare la distanza AC, in modo da sparare sul carro armato e distruggerlo. (fig. 16) [circa 3138 metri]

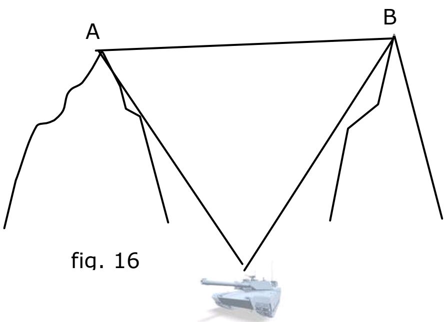

fig. 16

66) *In cima (A) a una montagna alta, secondo le mappe militari, 800 metri rispetto alla pianura si trova la divisione del generale Sant. In pianura, alla base della montagna, c'è un punto B di riferimento. Esattamente sotto il punto A, all'altezza della pianura c'è il punto H. Nel punto C si trova il carro armato del generale Satan. Conoscendo gli angoli $H\hat{A}B = 30°$ e $B\hat{A}C = 20°$, trovare la distanza AC per poter così bombardare il carro armato. (fig. 17) [circa 1243 metri]

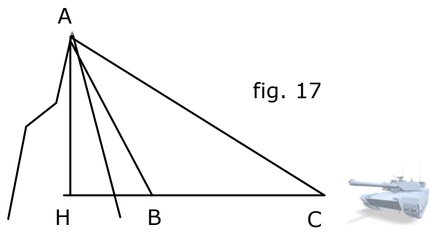

fig. 17

67) Due case si trovano una di fronte all'altra separate da una strada larga 8 metri. Il primo balcone è al primo piano, quindi a una altezza di 3 metri da terra, l'altro è al secondo piano, quindi a una altezza di 6 metri da terra. Le due famiglie decidono di legare uno spago tra i due balconi per stendere i panni. Qual è la distanza tra i due balconi? (fig. 18) [8,54 metri]

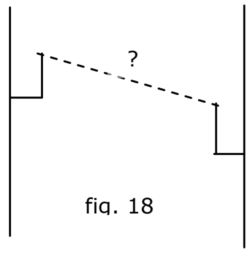

fig. 18

68) Devo collegare con un cavo della lunghezza di 7 metri la presa dell'antenna con il televisore, che però si trova in un'altra stanza. Non posso misurare direttamente la distanza tra presa (A) e televisore (B), perché in mezzo c'è una parete. Vorrei bucare la parete per fare passare il cavo, ma prima voglio vedere se effettivamente il cavo mi basta. Mi piazzo quindi nel corridoio (C) e misuro la distanza AC=4 metri e BC=5 metri. L'angolo ACB è 100°. Mi basta il cavo? (fig. 19) [il cavo non mi basta di poco]

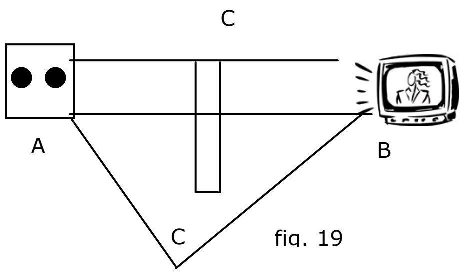

fig. 19

RISOLVERE LE SEGUENTI DISEQUAZIONI GONIOMETRICHE.

69) $\operatorname{sen} x \geq 0$ $[0° + k \cdot 360° \leq x \leq 180° + k \cdot 360°]$

70) $\operatorname{tg} x < \sqrt{3}$ $[90° + k \cdot 180° < x < 240° + k \cdot 180°]$

71) $\cos x > \frac{\sqrt{2}}{2}$ $[0° + k \cdot 360° < x < 45° + k \cdot 360°;\ 315° + k \cdot 360° < x < 360° + k \cdot 360°]$

72) $\operatorname{cotg} x \leq -\sqrt{3}$ $[150° + k \cdot 180° \leq x < 180° + k \cdot 180°]$

73) $\operatorname{sen} x - \cos x > 0$ $[45° + k \cdot 360° < x < 225° + k \cdot 360°]$

74) $\operatorname{sen}(2x) \geq 0$ $[0° + k \cdot 180° \leq x \leq 90° + k \cdot 180°]$

75) $\operatorname{tg}(2x) \leq \sqrt{3}$ $[45° + k \cdot 90° < x \leq 120° + k \cdot 90°]$

76) $2 \operatorname{sen} x \cdot \cos x \geq 0$ $[0° + k \cdot 180° \leq x \leq 90° + k \cdot 180°]$

77) $\operatorname{sen}^2 x - \frac{1}{2} \operatorname{sen} x < 0$ $[0° + k \cdot 360° < x < 30° + k \cdot 360°;\ 150° + k \cdot 360° < x < 180° + k \cdot 360°]$

78) $\operatorname{tg}^2 x - (\sqrt{3} + 1) \cdot \operatorname{tg} x + \sqrt{3} \geq 0$ $[0° + k \cdot 180° \leq x \leq 45° + k \cdot 180°;\ 60° + k \cdot 180° \leq x \leq 180° + k \cdot 180°;\ x \neq 90° + k \cdot 180°]$