

### D3. Parabola - Esercizi

Traccia il grafico delle seguenti parabole e trova i punti d'incontro con l'asse x e con l'asse y graficamente e/o algebricamente.

- |  |   |
|--|---|
| 1) $y=x^2+2x+2$                                  | [(0;2)]   |
| 2) $y=x^2-4x+1$                                  | [(2+ $\sqrt{3}$ ; 0), (2- $\sqrt{3}$ ; 0), (0;1)]   |
| 3) $y=-x^2+4x$                                   | [(4;0), (0;0)]  |
| 4) $y=-x^2+2x+3$                                 | [(-1;0), (3;0), (0;3)]  |
| 5) $y=x^2-x$                                     | [(1;0), (0;0)]  |
| 6) $y=x^2+8x+16$                                 | [(-4;0), (0;16)]  |
| 7) $y=x^2-1$                                     | [(1;0), (-1;0), (0;-1)]   |
| 8) $y=-x^2$                                      | [(0;0)]   |
| 9) $y=-x^2+12x-33$                               | [(6+ $\sqrt{3}$ ; 0), (6- $\sqrt{3}$ ; 0), (0;-33)]                                       |
| 10) $y=x^2-5x+\frac{17}{4}$                      | [( $\frac{5+2\sqrt{2}}{2}$ ; 0), ( $\frac{5-2\sqrt{2}}{2}$ ; 0), (0; $\frac{17}{4}$ )]    |
| 11) $y=-x^2+9$                                   | [(3;0), (-3;0), (0;9)]  |
| 12) $y=\frac{1}{2}x^2$                           | [(0;0)]   |
| 13) $y=\frac{1}{2}x^2+x+\frac{1}{2}$             | [(-1;0), (0; $\frac{1}{2}$ )]   |
| 14) $y=-\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{9}{2}$           | [(3;0), (0; $-\frac{9}{2}$ )]   |
| 15) $y=-\frac{1}{2}x^2-2x+1$                     | [(-2+ $\sqrt{6}$ ; 0), (-2- $\sqrt{6}$ ; 0), (0;1)]                                       |
| 16) $y=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x-\frac{27}{8}$ | [( $\frac{-1+2\sqrt{7}}{2}$ ; 0), ( $\frac{-1-2\sqrt{7}}{2}$ ; 0), (0; $-\frac{27}{8}$ )] |
| 17) $y=-\frac{1}{2}x^2+2x$                       | [(4;0), (0;0)]  |
| 18) $y=\frac{1}{2}x^2-2$                         | [(2;0), (-2;0), (0;-2)]   |
| 19) $y=-\frac{1}{2}x^2+1$                        | [( $\sqrt{2}$ ; 0), (- $\sqrt{2}$ ; 0), (0;1)]  |
| 20) $y=2x^2$                                     | [(0;0)]   |
| 21) $y=-2x^2+2$                                  | [(1;0), (-1;0), (0;2)]  |
| 22) $y=2x^2+12x+17$                              | [( $\frac{-6+\sqrt{2}}{2}$ ; 0), ( $\frac{-6-\sqrt{2}}{2}$ ; 0), (0;17)]                  |
| 23) $y=2x^2-6x+\frac{3}{2}$                      | [( $\frac{3+\sqrt{6}}{2}$ ; 0), ( $\frac{3-\sqrt{6}}{2}$ ; 0), (0; $\frac{3}{2}$ )]       |
| 24) $y=-2x^2-4x+3$                               | [( $\frac{-2+\sqrt{10}}{2}$ ; 0), ( $\frac{-2-\sqrt{10}}{2}$ ; 0), (0;3)]                 |
| 25) $y=3x^2-6x-4$                                | [( $\frac{3+\sqrt{21}}{3}$ ; 0), ( $\frac{3-\sqrt{21}}{3}$ ; 0), (0;-4)]                  |
| 26) $y=\frac{1}{4}x^2-4$                         | [(4;0), (-4;0), (0;-4)]   |
| 27) $y=-\frac{1}{2}x^2-2x-6$                     | [(0;-6)]  |

Trova le intersezioni tra retta e parabola graficamente e algebricamente.

- |  |                  |
|--|------------------|
| 28) $\begin{cases} y=-x^2-2x+3 \\ y=-x+1 \end{cases}$                      | [(1;0), (-2;3)]  |
| 29) $\begin{cases} y=x^2-8x+14 \\ y=2x-10 \end{cases}$                     | [(4;-2), (6;2)]  |
| 30) $\begin{cases} y=-\frac{1}{2}x^2-x+\frac{3}{2} \\ y=-2x+2 \end{cases}$ | [(1;0)]          |
| 31) $\begin{cases} y=-x^2-6x-9 \\ y=-x+2 \end{cases}$                      | [impossibile]    |
| 32) $\begin{cases} y=-x^2-10x-19 \\ y=2 \end{cases}$                       | [(-3;2), (-7;2)] |
| 33) $\begin{cases} y=x^2-4 \\ y=0 \end{cases}$                             | [(2;0), (-2;0)]  |

- 34)  $\begin{cases} y = -x^2 + 6x - 8 \\ y = -3x + 12 \end{cases}$  [(4;0), (5;-3)]
- 35)  $\begin{cases} y = \frac{1}{4}x^2 + 2x + 1 \\ y = -4 \end{cases}$  [impossibile]
- 36)  $\begin{cases} y = x^2 - 8x + 15 \\ y = -1 \end{cases}$  [(4;-1)]
- 37)  $\begin{cases} y = x^2 + 2x - 3 \\ y = -x - 5 \end{cases}$  [(-1;-4), (-2;-3)]
- 38)  $\begin{cases} y = x^2 - 2x - 3 \\ y = -4x - 4 \end{cases}$  [(-1;0)]
- 39)  $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 + 2x \\ y = -\frac{1}{2}x - 2 \end{cases}$  [(-4;0), (-1;-\frac{3}{2})]
- 40)  $\begin{cases} y = x^2 - 2x \\ y = 2 \end{cases}$  [(1+\sqrt{3};2), (1-\sqrt{3};2)]
- 41)  $\begin{cases} y = -2x^2 + 16x - 26 \\ y = 4x - 8 \end{cases}$  [(3;4)]
- 42)  $\begin{cases} y = x^2 + x - 6 \\ y = 2x - 7 \end{cases}$  [impossibile]
- 43)  $\begin{cases} y = -x^2 + 4 \\ y = x + 6 \end{cases}$  [impossibile]
- 44)  $\begin{cases} y = 2x^2 - 20x + 45 \\ y = x - 4 \end{cases}$  [(7;\frac{1}{2}), (7;3)]
- 45)  $\begin{cases} y = -\frac{1}{4}x^2 - x - 2 \\ y = -\frac{1}{4}x - 3 \end{cases}$  [(1;-\frac{13}{4}), (-4;-2)]
- 46)  $\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 3 \\ y = x + \frac{15}{2} \end{cases}$  [(-3;\frac{9}{2})]
- 47)  $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 \\ y = \frac{1}{2}x - 1 \end{cases}$  [impossibile]

**Trova le intersezioni tra le seguenti parabole graficamente e algebricamente.**

- 48)  $\begin{cases} y = x^2 - 2x + 1 \\ y = -x^2 + 6x - 5 \end{cases}$  [(1;0), (3;4)]
- 49)  $\begin{cases} y = x^2 + 2x + 2 \\ y = 2x^2 + 4x - 1 \end{cases}$  [(1;5), (-3;5)]
- 50)  $\begin{cases} y = -x^2 + 4x - 3 \\ y = x^2 - 4x + 5 \end{cases}$  [(2;1)]
- 51)  $\begin{cases} y = -x^2 - 4x \\ y = x^2 - 4x + 4 \end{cases}$  [impossibile]
- 52)  $\begin{cases} y = x^2 - 6x + 12 \\ y = -x^2 + 6x - 4 \end{cases}$  [(2;4), (4;4)]
- 53)  $\begin{cases} y = x^2 + 4x + 4 \\ y = -x^2 + 2 \end{cases}$  [(-1;1)]
- 54)  $\begin{cases} y = -x^2 + 6x - \frac{13}{2} \\ y = \frac{1}{2}x^2 - 2x \end{cases}$  [(1;-\frac{3}{2}), (\frac{13}{3};\frac{13}{18})]

- 55)  $\begin{cases} y = -x^2 + 6x - 5 \\ y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1 \end{cases}$  [(2;3), (6;-5)]
- 56)  $\begin{cases} y = x^2 - 5x + 4 \\ y = 2x^2 - 13x + 20 \end{cases}$  [(4;0)]
- 57)  $\begin{cases} y = x^2 + 6x + 9 \\ y = -x^2 - 6x - 10 \end{cases}$  [impossibile]
- 58)  $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{17}{2} \\ y = \frac{1}{4}x^2 + 4x + 4 \end{cases}$  [impossibile]
- 59)  $\begin{cases} y = x^2 \\ y = \frac{1}{4}x^2 \end{cases}$  [(0;0)]
- 60)  $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 - 3 \\ y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 4 \end{cases}$   $\left[ \left( -1; -\frac{5}{2} \right) \right]$
- 61)  $\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y = x^2 + 6x + 11 \end{cases}$  [(-2;3)]
- 62)  $\begin{cases} y = x^2 - 6x + 7 \\ y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 1 \end{cases}$  [(4;-1)]
- 63)  $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 + 4x \\ y = -x^2 + 10x - 21 \end{cases}$  [impossibile]

**Trova le rette tangenti alle seguenti parabole per il punto indicato e i punti di tangenza graficamente e algebricamente.**

- 64)  $y = -x^2 - 8x - 15$  (-4;2)  $[y = -2x - 6, y = 2x + 10, (-3;0), (-5;0)]$
- 65)  $y = x^2 - 12x + 30$  (7;-9)  $[y = 6x - 51, y = -2x + 5, (5;-5), (9;3)]$
- 66)  $y = x^2 - 4x + 6$  (3;2)  $[y = 2, y = 4x - 10, (2;2), (4;6)]$
- 67)  $y = -x^2 - 8x - 12$  (-2;4)  $[y = 4, y = -8x - 12, (-4;4), (0;-12)]$
- 68)  $y = 2x^2 - 3$  (1;1) [non ci sono rette tangenti]
- 69)  $y = -x^2 + 4x$  (3;3)  $[y = -2x + 9]$
- 70)  $y = x^2 - 2x - 3$  (1;-4)  $[y = -4]$
- 71)  $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 4$   $\left( -1; \frac{5}{2} \right)$   $[y = x + \frac{7}{2}]$
- 72)  $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 4$   $\left( -5; \frac{13}{2} \right)$   $[y = -3x - \frac{17}{2}]$
- 73)  $y = -x^2 + 6$  (1;9)  $[y = 2x + 7, y = -6x + 15, (-1;5), (3;-3)]$
- 74)  $y = x^2 + 8x + 15$   $\left( -\frac{7}{2}; -1 \right)$   $[y = -1, y = 2x + 6, (-3;0), (-4;-1)]$
- 75)  $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 6$  (4;4)  $[y = 2x - 4, y = -2x + 12, (2;0), (6;0)]$
- 76)  $y = \frac{1}{2}x^2 - 5x + \frac{19}{2}$  (6;-3)  $[y = -3, y = 2x - 15, (7;-1), (5;-3)]$
- 77)  $y = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{5}{2}$   $\left( -2; -\frac{9}{2} \right)$   $[y = -3x - \frac{21}{2}, y = x - \frac{5}{2}, \left( 0; -\frac{5}{2} \right), \left( -4; \frac{3}{2} \right)]$
- 78)  $y = -\frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$  (0;3)  $[y = 2x + 3, y = -4x + 3, (-3;-3), (3;-9)]$
- 79)  $y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3$  (4;4)  $[y = 4, y = -2x + 12, (2;4), (6;0)]$
- 80)  $y = x^2 - 6x + 8$  (4;5) [non ci sono rette tangenti]
- 81)  $y = -\frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{3}{2}$  (-1;1)  $[y = -2x - 1]$
- 82)  $y = x^2 - 4x + 3$  (4;3)  $[y = 4x - 13]$
- 83)  $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{9}{4}$   $\left( 0; -\frac{9}{4} \right)$   $[y = \frac{1}{2}x - \frac{9}{4}]$
- 84)  $y = -x^2 + 4x + 5$  (1;-3) [non ci sono rette tangenti]

85)	$y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{7}{4}$	(0;-4)	$[y=x-4, y=-2x-4, (-3;2), (3;-1)]$
86)	$y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - \frac{7}{4}$	(-2;0)	$[y=-x-2, y=-2x-4, (-1;-1), (-3;2)]$
87)	$y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{49}{4}$	(7;3)	$[y=3x-18, y=-x+10, (3;7), (11;15)]$
88)	$y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{2}x + \frac{49}{4}$	(9;9)	$[y=3x-18, y=x, (7;7), (11;15)]$
89)	$y = \frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{13}{2}$	(-4;-2)	$[y=2x+6, y=-4x-18, (-1;4), (-7;10)]$
90)	$y = x^2 - 4x$	(1;5)	[non ci sono rette tangenti]
91)	$y = -2x^2 - 8x$	(-3;6)	$[y=4x+18]$
92)	$y = \frac{1}{4}x^2 + 2x - 1$	(-2;-4)	$[y=x-2]$
93)	$y = -\frac{2}{3}x^2$	$(-1;-\frac{2}{3})$	$[y = \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}]$

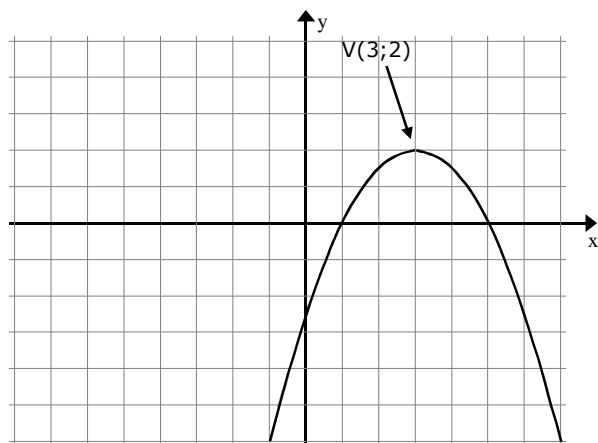
**Trova la retta tangente alla parabola parallela alla retta data e il punto di tangenza graficamente e algebricamente.**

94)	$y = -\frac{1}{2}x^2 - 3x - \frac{5}{2}$	$y = x - 5$	$[y = x + \frac{11}{2}, (-4; \frac{3}{2})]$
95)	$y = x^2 - 2x - 2$	$y = 2x + 3$	$[y = 2x - 6, (2; -2)]$
96)	$y = \frac{1}{4}x^2$	$y = -x + 4$	$[y = -x - 1, (-2; 1)]$
97)	$y = -x^2 + 2x + 4$	$y = 4x - 1$	$[y = 4x + 5, (-1; 1)]$
98)	$y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{3}{4}$	$y = -\frac{1}{2}x$	$[y = -\frac{1}{2}x - \frac{7}{4}, (2; -\frac{11}{4})]$
99)	$y = 2x^2 - 8x$	$y = 3$	$[y = -8, (2; -8)]$
100)	$y = -\frac{3}{2}x^2 + 12x - 19$	$y = +3x + 3$	$[y = 3x - \frac{11}{2}, (3; \frac{7}{2})]$
101)	$y = x^2 + x - 6$	$y = x$	$[y = x - 6, (0; -6)]$
102)	$y = x^2 + \frac{9}{2}x - \frac{5}{2}$	$y = -\frac{3}{2}x$	$[y = -\frac{3}{2}x - \frac{23}{2}, (-3; -7)]$
103)	$y = -x^2 + 3x + 2$	$y = 3x - 5$	$[y = 3x + 2, (0; 2)]$
104)	$y = 2x^2 - 2$	$y = 5$	$[y = -2, (0; -2)]$
105)	$y = x^2 - 2x - 3$	$y = 0$	$[y = -4, (1; -4)]$

Dal grafico di una parabola si può così risalire alla sua equazione:

- ricavare  $a$  dal gradino che passa dal vertice al primo punto spostandosi verso  $dx$  (o  $dx$ ) di 1.
- ricavare il segno di  $a$  dal fatto che la parabola sia rivolta verso l'alto o verso il basso.
- ricavare dal grafico il vertice  $(x_v, y_v)$ .
- usare la formula  $y = \pm a \cdot (x - x_v)^2 + y_v$  e svolgere i calcoli.

Esempio:



- $a$  è negativo perchè la parabola è rivolta verso il basso.
- dal vertice se ci si sposta verso dx di un quadratino per trovare un punto della parabola si deve scendere di mezzo quadratino, quindi  $a = -\frac{1}{2}$ .
- il vertice è  $V(3;2)$ .
- usando la formula si ha:
 
$$y = -\frac{1}{2}(x-3)^2 + 2$$

$$y = -\frac{1}{2}(x^2 - 6x + 9) + 2$$

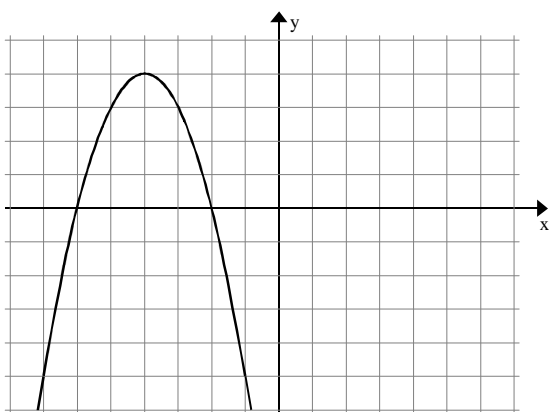
$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{9}{2} + 2$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2}$$

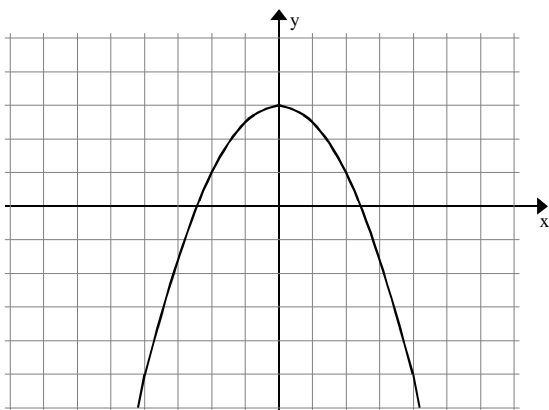
e questa è l'equazione della parabola.

**Dal grafico della parabola ricavare l'equazione utilizzando il procedimento appena mostrato**

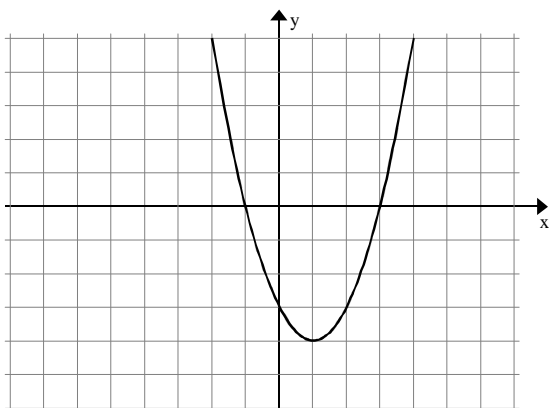
106)  $[y = -x^2 - 8x - 12]$



107)  $[y = -\frac{1}{2}x^2 + 3]$

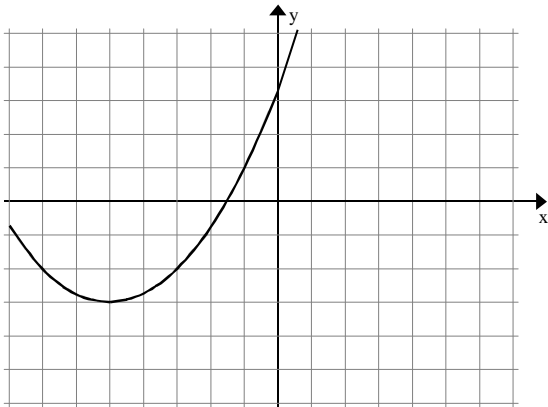


108)  $[y = x^2 - 2x - 3]$



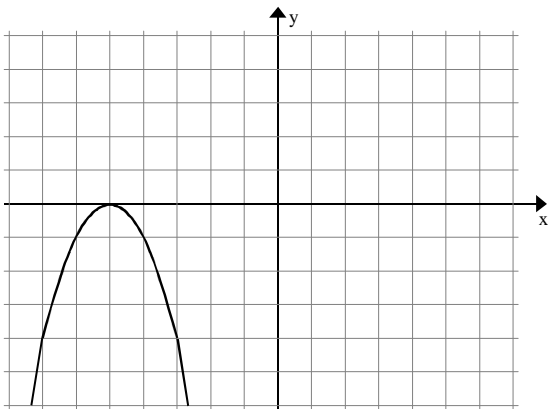
109)

$$[y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{13}{4}]$$



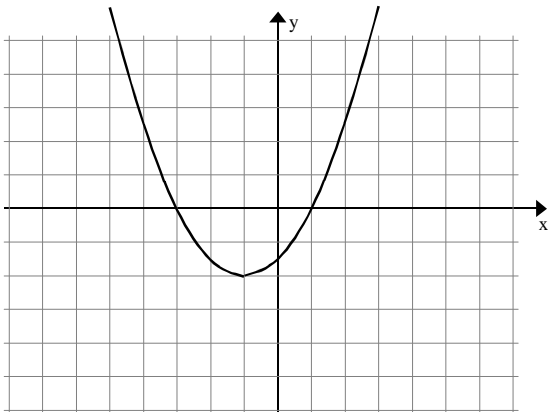
110)

$$[y = -x^2 - 10x - 25]$$



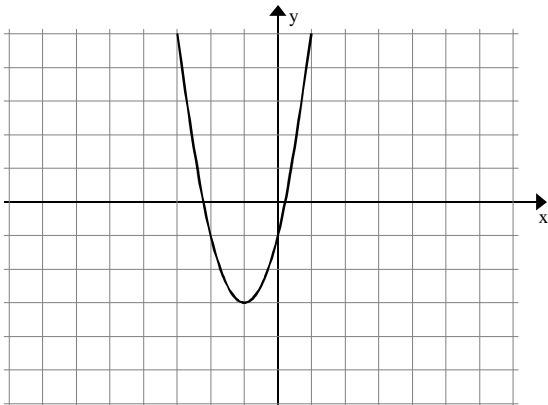
111)

$$[y = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}]$$



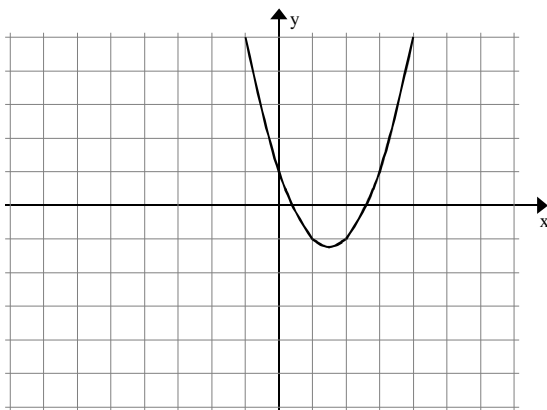
112)

$$[y = 2x^2 + 4x - 1]$$



113)

$$[y=x^2-3x+1]$$


**Trovare l'equazione della parabola conoscendone alcune caratteristiche**

114)  $V\left(\frac{1}{2}; -\frac{13}{4}\right), P(0; -3)$

$$[y=x^2-x-3]$$

115)  $V(1; -5), P(2; -6)$

$$[y=-x^2+2x-6]$$

116)  $V\left(\frac{3}{4}; -\frac{9}{8}\right), P(0; 0)$

$$[y=2x^2-3x]$$

117)  $V\left(\frac{1}{4}; \frac{27}{16}\right), P(3; 9)$

$$[y=x^2-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}]$$

118)  $V\left(-\frac{1}{2}; \frac{13}{4}\right), P(1; 2)$

$$[y=-x^2-x+4]$$

119)  $V\left(3; -\frac{5}{2}\right), P(-2; 10)$

$$[y=\frac{1}{2}x^2-3x+2]$$

120)  $V\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right), P(-1; 1)$

$$[y=x^2+x+1]$$

121)  $V\left(0; \frac{2}{3}\right), P(1; 1)$

$$[y=\frac{1}{3}x^2+\frac{2}{3}]$$

122)  $V\left(\frac{1}{6}; -\frac{37}{12}\right), P(0; -3)$

$$[y=3x^2-x-3]$$

123)  $V(4; -12), P(2; -8)$

$$[y=x^2-8x+4]$$

124) Asse:  $x=5, P_1(3; 3), P_2(1; 0)$

$$[y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{5}{2}x-\frac{9}{4}]$$

125) Asse:  $x=0, P_1(1; 0), P_2(-2; 6)$

$$[y=2x^2-2]$$

126) Asse:  $x=-2, P_1(0; -1), P_2(1; -6)$

$$[y=-x^2-4x-1]$$

127)  $P_1(-2; -1), P_2(-1; 1), P_3(0; 5)$

$$[y=x^2+5x+5]$$

128)  $P_1(0; 1), P_2(2; 0), P_3(4; 7)$

$$[y=x^2-\frac{5}{2}x+1]$$

129)  $P_1(-2; -4), P_2(-3; -1), P_3(2; 4)$

$$[y=x^2+2x-4]$$

130)  $P_1(2; -1), P_2(0; -5), P_3\left(5; -\frac{5}{2}\right)$

$$[y=-\frac{1}{2}x^2+3x-5]$$

131)  $P_1(-4; -2), P_2(-2; -1), P_3(0; 2)$

$$[y=\frac{1}{4}x^2+2x+2]$$

132) Asse:  $x=1$ , direttrice:  $y=3, P(-1; 1)$

$$[y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{7}{4}]$$

133) Asse:  $x=-4$ , direttrice:  $y=0, P(-1; 5)$

$$[y=\frac{1}{2}x^2+4x+\frac{17}{2}]$$

134) Asse:  $x=0$ , direttrice:  $y=\frac{21}{4}, P(2; 1)$

$$[y=-x^2+5]$$

135)  $F(6; -1)$ , direttrice:  $y=0$

$$[y=-\frac{1}{2}x^2+6x-\frac{37}{2}]$$

136)  $F(-2; -1)$ , direttrice:  $y=3$

$$[y=-\frac{1}{8}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}]$$

137)  $F\left(-1; -\frac{11}{4}\right)$ , direttrice:  $y=-\frac{13}{4}$

$$[y=x^2+2x-2]$$

138)  $F(4; 4)$ , direttrice:  $y=3$

$$[y=\frac{1}{2}x^2-4x+\frac{23}{2}]$$

139)  $F\left(3; -\frac{9}{2}\right)$ , direttrice:  $y=-5$

$$[y=x^2-6x+\frac{17}{4}]$$

- 140)  $F\left(2; \frac{15}{4}\right)$ ,  $P(0;0)$   $[y = -x^2 + 4x, y = \frac{1}{16}x^2 - \frac{1}{4}x]$
- 141)  $F(0;0)$ ,  $P(1;1)$   $[y = \frac{1-\sqrt{2}}{2}x^2 + \frac{1+\sqrt{2}}{2}, y = \frac{1+\sqrt{2}}{2}x^2 + \frac{1-\sqrt{2}}{2}]$
- 142)  $F\left(-2; -\frac{5}{2}\right)$ ,  $P(-2;-3)$   $[y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 1]$
- 143)  $F\left(-2; \frac{11}{4}\right)$ ,  $V(-2;3)$   $[y = -x^2 - 4x - 1]$
- 144)  $F(3;5)$ ,  $V(3;6)$   $[y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{15}{4}]$
- 145)  $F\left(5; \frac{1}{2}\right)$ ,  $V(5;0)$   $[y = \frac{1}{2}x^2 - 5x + \frac{25}{2}]$
- 146)  $V\left(-\frac{3}{2}; \frac{1}{4}\right)$ , direttrice:  $y = \frac{1}{2}$   $[y = -x^2 - 3x - 2]$
- 147)  $V\left(-\frac{3}{4}; -\frac{9}{16}\right)$ , direttrice:  $y = -\frac{13}{16}$   $[y = x^2 + \frac{3}{2}x]$
- 148)  $V\left(5; -\frac{23}{2}\right)$ , direttrice:  $y = -12$   $[y = \frac{1}{2}x^2 - 5x + 1]$
- 149)  $P_1(0;-6)$ ,  $P_2(4;2)$ , retta tangente:  $y = 4x - 5$   $[y = -x^2 + 6x - 6, y = -\frac{1}{4}x^2 + 3x - 6]$
- 150)  $P_1(-3;2)$ ,  $P_2(3;-1)$ , retta tangente:  $y = -x + 3$   $[y = -\frac{1}{36}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}, y = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{11}{4}]$
- 151)  $P_1(0;0)$ ,  $P_2(2;0)$ , retta tangente:  $y = 2x$   $[y = -x^2 + 2x]$
- 152)  $V(-3;-5)$ , retta tangente:  $y = 6x + 4$   $[y = x^2 + 6x + 4]$
- 153)  $V(-3;2)$ , retta tangente:  $y = -x$   $[y = -\frac{1}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{1}{4}]$
- 154)  $V(2;0)$ , retta tangente:  $y = 4x - 10$   $[y = 2x^2 - 8x + 8]$
- 155)  $F\left(1; \frac{1}{4}\right)$ , retta tangente:  $y = -2x + 1$   $[y = x^2 - 2x + 1]$
- 156)  $F(-3;-1)$ , retta tangente:  $y = x$   $[y = \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{1}{4}]$
- 157)  $F\left(0; \frac{39}{8}\right)$ , retta tangente:  $y = -4x + 7$   $[y = -2x^2 + 5]$
- 158) Asse:  $x = -1$ , retta tangente1:  $y = 4$ , retta tangente2:  $y = 4x + 12$   $[y = -x^2 - 2x + 3]$
- 159) Asse:  $x = 0$ , retta tangente1:  $y = -x + 2$ , retta tangente2:  $y = 3x + 6$   $[y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}]$
- 160)  $P(0;0)$ , retta tangente1:  $y = -2x$ , retta tangente2:  $y = 2x + 4$   $[y = -x^2 - 2x]$
- 161)  $P(1;1)$ , retta tangente1:  $y = 4$ , retta tangente2:  $y = -x + \frac{5}{2}$   $[y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{2}]$

### Risolvere i seguenti problemi con parabola e retta

- 162) Scrivere l'equazione della parabola con vertice  $V\left(-\frac{3}{2}; -\frac{7}{4}\right)$  passante per  $A(-4;-8)$  e determinare le intersezioni A e H tra la parabola e la retta passante per A parallela alla bisettrice del primo e terzo quadrante. Determinare infine l'area del triangolo AVH.  $[y = -x^2 - 3x - 4, H(0;-4), Area = \frac{15}{2}]$
- 163) Determinare l'equazione della parabola con vertice  $V(2;-3)$  passante per  $A(4;-1)$ . Trovare la perpendicolare alla retta AV passante per A e chiamare B il suo ulteriore punto di intersezione con la parabola. Trovare sull'arco AB un punto P tale che l'area di APB sia 12.  $[y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 1, B(-2;5), P(0;-1)]$
- 164) Scrivere l'equazione della parabola tangente in  $A(-3;0)$  all'asse x passante per  $B(-1;4)$  e trovare sull'arco AB un punto P che abbia distanza dall'asse x uguale a 2.  $[y = x^2 + 6x + 9, P(-3 + \sqrt{2}; 2)]$
- 165) Scrivere l'equazione della parabola che incontra l'asse delle x nei punti O e A di ascissa 0 e  $\frac{11}{2}$  e la cui tangente in O è r:  $y = \frac{1}{2}x$ . Trovare poi la perpendicolare a r passante per O e il suo punto P di intersezione con la parabola.  $[y = -x^2 + \frac{11}{2}x, y = -\frac{2}{11}x, P\left(\frac{125}{22}; -\frac{125}{121}\right)]$
- 166) Date la parabola  $y = x^2$  trovare i punti A e B appartenenti ad essa a distanza  $\sqrt{17}$  dal punto  $C(3;0)$  (è necessario usare la regola di Ruffini). Trovare le rette tangenti ad A e B alla parabola e il loro punto d'incontro D. Trovare l'area di ABCD.  $[A(-1;1), B(2;4), y = -2x - 1, y = 4x - 4, D\left(\frac{1}{2}; -2\right), Area = \frac{51}{4}]$



167) Trovare la parabola  $P_1$  con  $V\left(\frac{3}{2}; -\frac{49}{4}\right)$  con  $c=-10$  e la parabola  $P_2$  passante per  $(4;-6)$  e  $(-2;0)$  e in quest'ultimo punto tangente alla retta  $y=2x+4$ . Trovare i punti d'incontro A e B delle due parabole. Si tracci la retta  $y=k$  che interseca  $P_1$  in C e  $P_2$  in D all'interno dei rispettivi archi AB. Trovare K in modo che CD sia  $\frac{-3+\sqrt{41}+2\sqrt{8}}{2}$ .

$$[P_1: y=x^2-3x-10, P_2: y=-\frac{1}{2}x^2+2, A(-2;0), B(4;-6) k=-2]$$

168) Data la parabola  $P: y=x^2-4$  trovare la retta  $r$  parallela all'asse  $y$  che intersechi  $P$  in due punti a distanza tra di loro  $2\sqrt{5}$  e la retta  $s$  parallela a  $y=2x$  che intersechi  $P$  in due punti a distanza tra di loro  $4\sqrt{5}$ . Trovare infine il punto d'intersezione tra  $r$  e  $s$ .

$$[r: y=1, s: y=2x-1, C(1;1)]$$

169) Scrivere l'equazione della parabola passante per l'origine degli assi cartesiani con asse  $x=-4$  tangente nell'origine alla retta  $y=4x$ . Detto A l'ulteriore punto di intersezione della parabola con l'asse  $x$  determinare sull'arco

OA un punto B tale che l'area del triangolo AOB sia 14.

$$[y=\frac{1}{2}x^2+4x, A(-8;0), B_1\left(-1;-\frac{7}{2}\right),$$

$$B_2\left(-7;-\frac{7}{2}\right)]$$

170) Trovare l'equazione della parabola avente per direttrice l'asse  $x$  e vertice  $\left(0;-\frac{1}{2}\right)$ . Si trovi la retta  $r: y=-x+k$

tale che, dette A e B le sue intersezioni con la parabola e C e D le loro proiezioni sull'asse  $x$ , l'area del trapezio ABCD sia 12. Trovare la retta  $s$  parallela ad  $r$  tangente alla parabola e la sua distanza dalla retta  $r$ .

$$[y=-\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}, A(-1;-1), B(3;-5), C(-1;0), D(3;0), r: y=-x-2, s: y=-x, d=\sqrt{2}]$$

171) Trovare  $k$  in modo che  $x^2(1-k)+y(3-2k)+3kx-4k=0$  sia una parabola con vertice  $(3;1)$   $[k=2]$

172) Data la parabola  $y=x^2-4x$  e dette O e B le sue intersezioni con l'asse  $x$  trovare sull'arco OB un punto P tale che  $|OP^2-PB^2|=8$

$$[P_1(1;-3), P_2(3;-3)]$$

173) Sulla parabola  $y=x^2-2x+1$  trovare un punto di ascissa positiva distante 5 dall'origine.  $[P(3;4)]$

174) Data la parabola  $y=2x^2-8x+6$  trovare la retta parallela a  $y=2x$  che stacca su di essa un segmento di lunghezza  $d=3\sqrt{5}$ .

$$[y=2x-2]$$

175) Data la parabola  $y=-2x^2-2x$  trovare la retta passante per  $(2;-2)$  che stacca su di essa un segmento AB di lunghezza  $d=4\sqrt{5}$  e l'area del triangolo ABV.

$$[y=2x-6, \text{Area}=15]$$

176) Data la parabola  $y=x^2-4x+3$  trovare la sua simmetrica rispetto all'asse  $x$ , all'asse  $y$  e rispetto all'origine.

$$[y=-x^2+4x-3, y=x^2+4x+3, y=-x^2-4x-3]$$

177) Data la parabola  $y=x^2+3$  trovare la sua simmetrica rispetto all'asse  $x$ , all'asse  $y$  e rispetto all'origine.

$$[y=-x^2-3, y=x^2+3, y=-x^2-3]$$

178) Data la parabola  $y=-x^2-2x$  trovare la sua simmetrica rispetto all'asse  $x$ , all'asse  $y$  e rispetto all'origine.

$$[y=x^2+2x, y=-x^2+2x, y=x^2-2x]$$

179) Data la parabola  $y=-x^2-2x+2$  e la retta  $y=-x$  trovare il punto d'incontro delle rette tangenti alla parabola nei suoi punti di intersezione con la retta data.

$$\left[-\frac{1}{2}; 5\right]$$