D1. Retta

D1.1 Equazione implicita ed esplicita

Ogni equazione di primo grado in due incognite rappresenta una retta sul piano cartesiano (e viceversa).
Si può scrivere un'equazione di primo grado in due incognite in vari modi tra cui l'equazione implicita e quella esplicita.

EQUAZIONE IMPLICITA: **ax+by+c=0** - tutto a primo membro -
EQUAZIONE ESPLICITA: **y=mx+q** - la y da sola a primo membro –

Come passare da una forma all'altra:

ESPLICITA → IMPLICITA
SI PORTA TUTTO A PRIMO MEMBRO E SI METTE IN ORDINE.

Esempio D1.1: Portare la retta y=2x-3 in forma implicita.

y=2x-3
-2x+y+3=0

IMPLICITA → ESPLICITA
SI PORTA LA y A PRIMO MEMBRO E TUTTO IL RESTO A SECONDO MEMBRO.

Esempio D1.2: Portare la retta 2x+3y-5=0 in forma esplicita.

2x+3y-5=0
3y=-2x+5

$$\frac{\cancel{3}}{\cancel{3}}y=-\frac{2}{3}x-\frac{5}{3}$$

$$y=-\frac{2}{3}x-\frac{5}{3}$$

D1.2 Rappresentazione grafica (per punti)

Questo paragrafo e quello successivo trattano gli stessi argomenti del capitolo B6 relativo alla soluzione grafica dei sistemi di primo grado.

PROCEDIMENTO PER RAPPRESENTARE GRAFICAMENTE UNA RETTA

- Si deve portare la retta in forma esplicita.
- Si assegnano due valori qualunque alla x e si trovano così due valori della y.
- Si trovano in questo modo due punti. Si uniscono e si disegna la retta.

Esempio D1.3: Rappresentare graficamente la retta $y=-\frac{1}{2}x+1$.

x	y	
0	$y=-\frac{1}{2}(0)+1=1$	si è trovato il punto (0;1)
2	$y=-\frac{1}{2}(2)+1=-1+1=0$	si è trovato il punto (2;0)

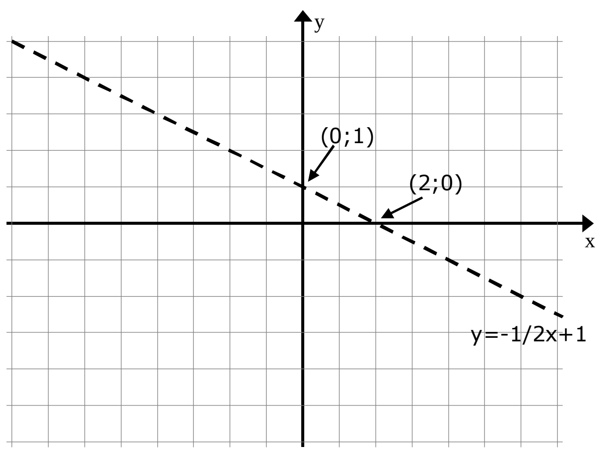


Fig. D1.1
Grafico della retta $y=-\frac{1}{2}x+1$

Esempio D1.4: Rappresentare graficamente la retta $y=-2x+3$.

x	y	
1	y=3·1-2=1	si è trovato il punto (1;1)
2	y=3·2-2=4	si è trovato il punto (2;4)

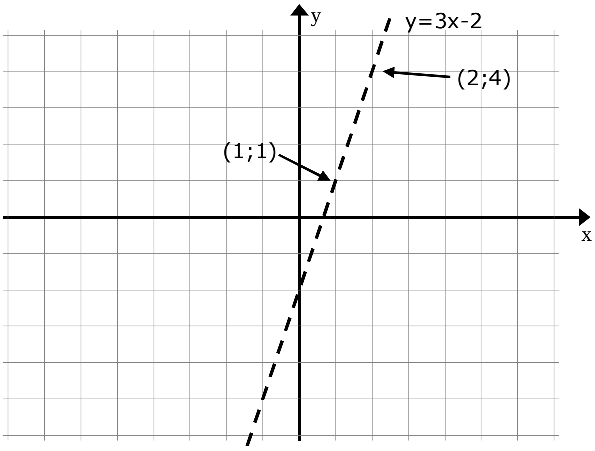


Fig. D1.2
Grafico della retta $y=-2x+3$

D1.3 Rappresentazione grafica (m e q)

RETTE ORIZZONTALI
Le equazioni del tipo y=k rappresentano rette orizzontali.

Esempio D1.5: Rappresentare graficamente le rette y=2; y=0 (asse x); y=-3/2; y=-4.

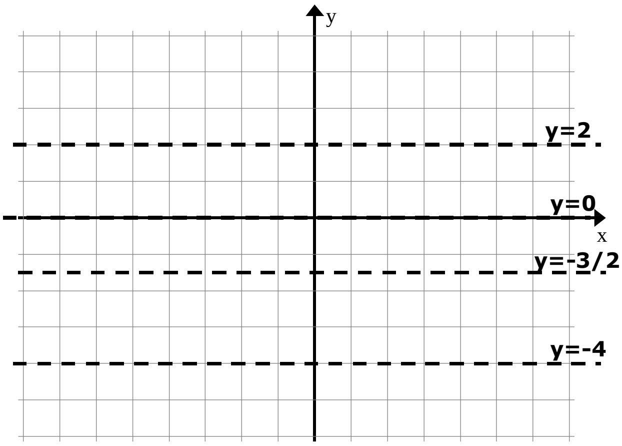


Fig. D1.3
Grafico delle rette y=2, y=0, $y=-\frac{3}{2}$, y=-4.

RETTE VERTICALI
Le equazioni del tipo x=k rappresentano rette verticali.

Esempio D1.6: Rappresentare graficamente le rette x=2; x=0 (asse y); x=-3/2; x=-4.

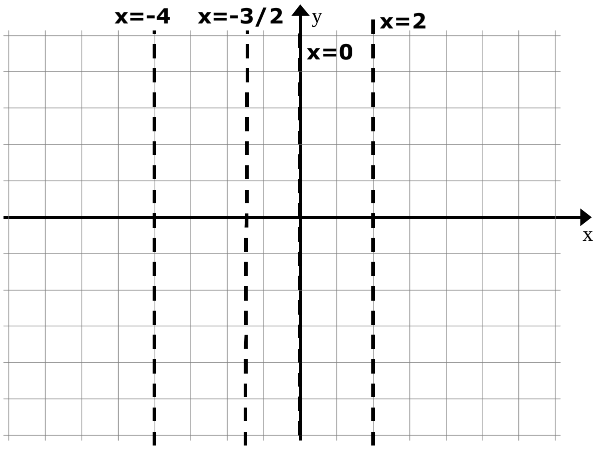


Fig. D1.4

Grafico delle rette x=2, x=0, $x=-\frac{3}{2}$, x=-4.

RETTE OBLIQUE

Le rette oblique sono nella forma y=mx+q
q è l'intersezione della retta con l'asse y.
Se m è positivo la retta sale.
Se m è negativo la retta scende.
m è una frazione: $\dfrac{\text{di quanto si va in su o in giù}}{\text{di quanto ci si sposta verso dx}}$

Esempio D1.7: Rappresentare graficamente la retta $y=-\frac{1}{2}x+1$ utilizzando m e q. (E' la stessa dell'esempio D1.3)

Si parte da +1 sull'asse y perché q=1.
Si scende (m negativo) di 1 e ci si sposta verso dx di 2.

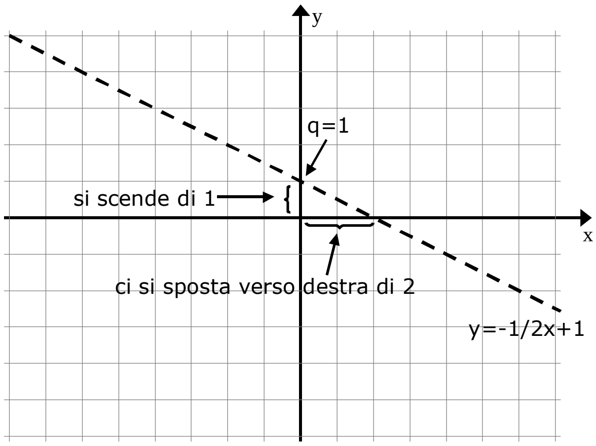


Fig. D1.5

Grafico della retta $y=-\frac{1}{2}x+1$ con m e q.

Esempio D1.8: Rappresentare graficamente la retta $y=-2x+3$ utilizzando m e q. (E' la stessa dell'esempio D1.4)

Si parte da –2 perché q=-2
Si sale (m positivo) di 3 e ci si sposta di 1 (m è 3/1).

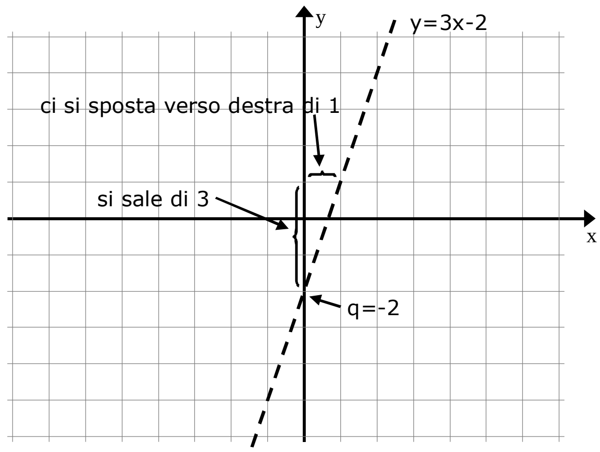


Fig. D1.6
Grafico della retta $y=-2x+3$ con m e q.

D1.4 Riconoscimento di rette dal grafico

Dal grafico è spesso possibile determinare l'equazione della retta rappresentata.

RETTA ORIZZONTALE y= numero
RETTA VERTICALE x= numero
RETTA OBLIQUA
q è l'intersezione con l'asse y.
Se m è positivo la retta sale, se m è negativo la retta scende.
m è una frazione: $\dfrac{\text{di quanto si va in su o in giù}}{\text{di quanto ci si sposta verso dx}}$

Se q ed m sono facilmente individuabili dal grafico si può scrivere direttamente l'equazione della retta y=mx+q.
Se invece non lo sono allora si devono trovare due punti esatti (dal grafico) e utilizzare la formula al paragrafo D1.7 (Retta per due punti)

Ecco qualche esempio:

Esempio D1.9:
Determinare l'equazione della retta in figura D1.7:

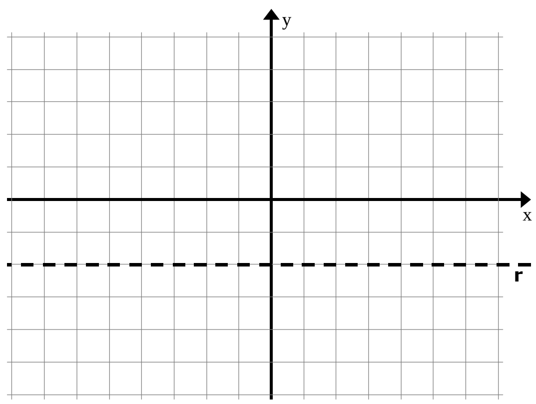


Fig. D1.7
Determinare l'equazione della retta orizzontale in figura.

La retta r è orizzontale ad altezza –2.
L'equazione della retta è dunque y=-2.

Esempio D1.10:
Determinare l'equazione della retta in figura D1.8:

La retta è verticale e passa per tutti i punti di ascissa 3,5 che in frazioni è $\frac{7}{2}$.

L'equazione della retta s è $x=\frac{7}{2}$.

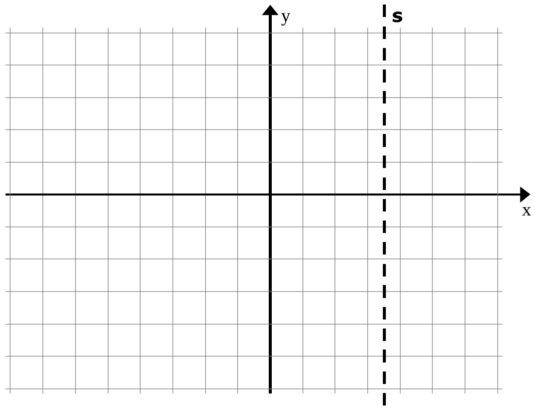


Fig. D1.8
Determinare l'equazione della retta verticale in figura.

Esempio D1.11:
Determinare l'equazione della retta obliqua in figura D1.9:

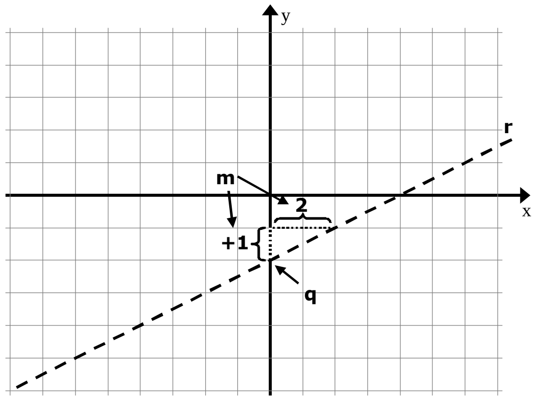


Fig. D1.9
Determinare l'equazione della retta obliqua in figura.

Si vede dal grafico che q=-2.
La retta sale di 1 e si sposta verso destra di 2 quindi $m=\frac{1}{2}$.

La retta r ha equazione $y=\frac{1}{2}x-2$.

Esempio D1.12:
Determinare l'equazione della retta obliqua in figura D1.10:

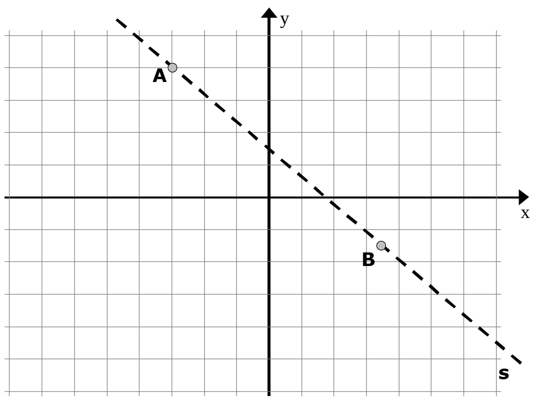


Fig. D1.10
Determinare l'equazione della retta obliqua in figura.

Si vede che m è negativo (la retta scende), e che q è positivo (la retta interseca l'asse y sopra l'origine), ma non è chiaro quanto valgono m e q. Si nota però che la retta passa esattamente per i punti A(-3;4) e $B\left(\frac{7}{2};-\frac{3}{2}\right)$ e pertanto si può utilizzare la formula che si studierà successivamente nel paragrafo D1.7. Se non si fossero trovati due punti esatti non sarebbe stato possibile determinare l'equazione della retta dal grafico ma solo una sua approssimazione.

D1.5 Distanza tra due punti

DATI: due punti $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$.
RISULTATO: la distanza tra i due punti (unità di misura: quadretto).

Se i due punti sono sulla stessa orizzontale (o verticale) basta contare i quadratini.
In caso non si riesca a contare il numero di quadretti perché non sono un numero intero si usa la seguente formula:
PUNTI SULLA STESSA RETTA VERTICALE ($x_1=x_2$) $d=|y_2-y_1|$
PUNTI SULLA STESSA RETTA ORIZZONTALE ($y_1=y_2$) $d=|x_2-x_1|$
Se i due punti non sono sulla stessa retta orizzontale o verticale si usa la seguente formula:

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

La formula appena vista non è altro che il teorema di Pitagora, come mostrato in figura D1.11:

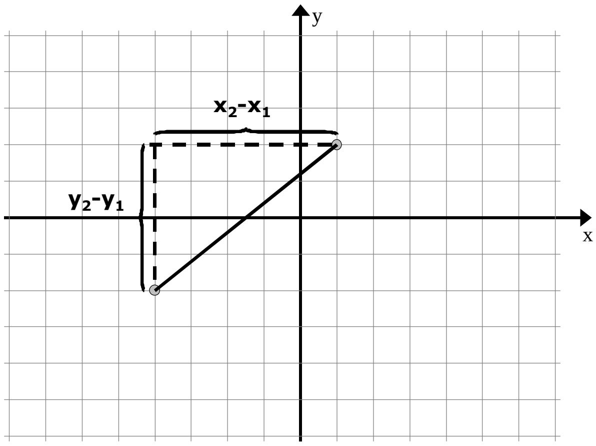
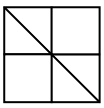


Fig. D1.11
Distanza tra due punti.

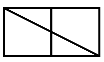
E' perciò possibile, se si riescono a contare i quadretti (come in questo caso), utilizzare direttamente il teorema di Pitagora senza passare per la formula e risparmiando così un passaggio.

Casi notevoli
Ci sono alcuni casi di distanza tra due punti che è meglio conoscere perché capitano frequentemente negli esercizi:

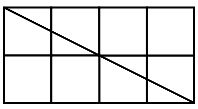
$d=\sqrt{2}$. Infatti per il teorema di Pitagora $d=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$.



$d=2\sqrt{2}$. Infatti si nota che la distanza è il doppio della precedente.

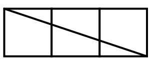


$d=\sqrt{5}$. Infatti per il teorema di Pitagora $d=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$.

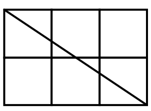


$d=2\sqrt{5}$. Infatti si nota che la distanza è il doppio della precedente.

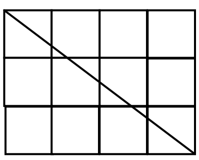
Si può ovviamente ripetere tale ragionamento anche nei casi in cui le distanze siano il triplo, la metà, eccetera.



$d=\sqrt{10}$. Infatti per il teorema di Pitagora $d=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$.



$d=\sqrt{13}$. Infatti per il teorema di Pitagora $d=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$.



$d=5$. Infatti per il teorema di Pitagora $d=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$.

Fig. D1.12
Casi notevoli di distanza tra due punti.

Esempio D1.13:
Trovare la distanza tra A(-4;-2) e B(1;2).

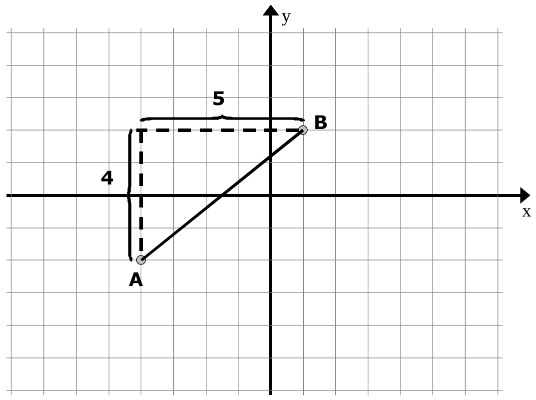


Fig. D1.13
Trovare la distanza tra due punti con il teorema di Pitagora.

Per il teorema di Pitagora d= $\sqrt{4^2+5^2}=\sqrt{41}$.

Esempio D1.14:
Trovare la distanza tra A(-1;3) e B(4;3).

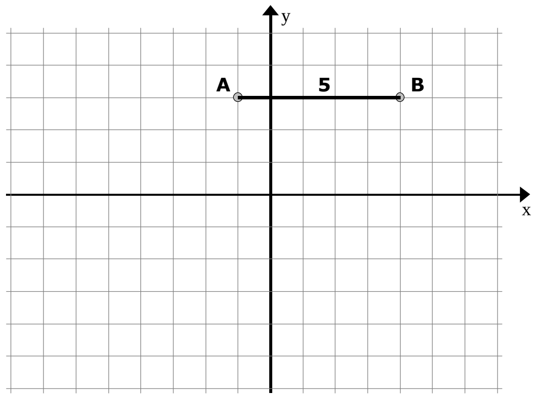


Fig. D1.14
Trovare la distanza tra due punti sulla stessa retta orizzontale.

La distanza è, ovviamente, d=5. Con la formula si ha: $d=|x_2-x_1|=|4-(-1)|=|4+1|=|5|=5$.

Esempio D1.15:
Trovare la distanza tra $A\left(3;\frac{3}{2}\right)$) e $B\left(3;-\frac{17}{5}\right)$.

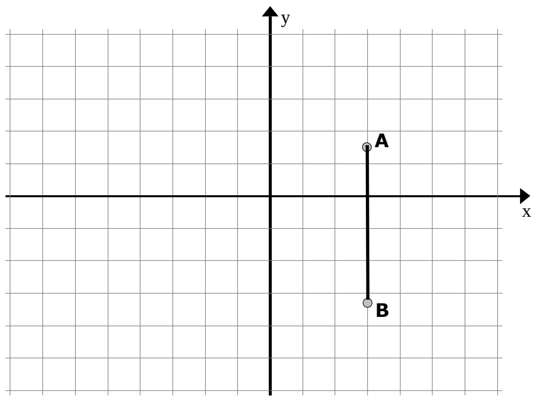


Fig. D1.15
Trovare la distanza tra due punti sulla stessa retta verticale.

Si usi la formula per la distanza tra due punti sulla stessa verticale: $d=|y_2-y_1|$.

$d=\left|\left(\frac{3}{2}\right)-\left(-\frac{17}{5}\right)\right|=\left|\frac{3}{2}+\frac{17}{5}\right|=\left|\frac{15+34}{10}\right|=\frac{49}{10}$.

Esempio D1.16:
Trovare la distanza tra A(-1;3) e B(2;0).

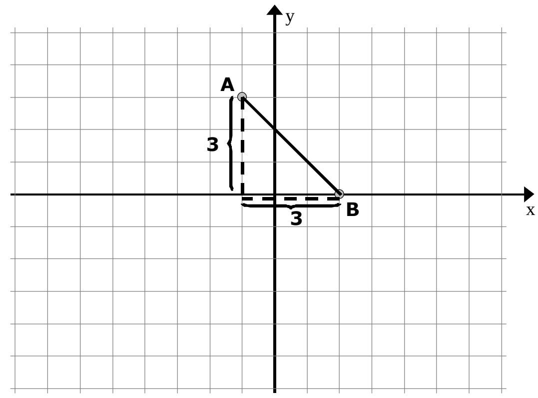


Fig. D1.16
Trovare la distanza tra due punti.

La diagonale di un quadratino è $\sqrt{2}$. La distanza da calcolare è 3 volte la diagonale di un quadratino quindi la misura cercata è $d=3\sqrt{2}$. Non c'è bisogno di utilizzare la formula, che comunque darebbe lo stesso risultato.

Esempio D1.17:
Trovare la distanza tra $A\left(-\frac{1}{2};\frac{11}{4}\right)$ e $B\left(\frac{5}{2};-\frac{3}{4}\right)$.

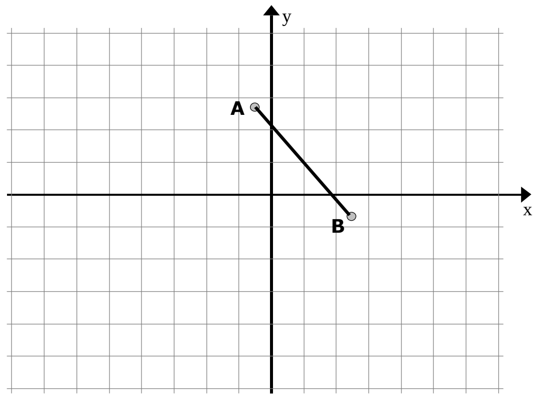


Fig. D1.17
Trovare la distanza tra due punti.

Si utilizza la formula generica per la distanza tra due punti:

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{\left(\frac{5}{2}+\frac{1}{2}\right)^2+\left(-\frac{3}{4}-\frac{11}{4}\right)^2}=\sqrt{(3)^2+\left(-\frac{14}{4}\right)^2}=\sqrt{(3)^2+\left(-\frac{7}{2}\right)^2}=\sqrt{9+\frac{49}{4}}=\sqrt{\frac{36+49}{4}}=\sqrt{\frac{85}{4}}=\frac{\sqrt{85}}{2}.$$

Esempio D1.18:
Trovare la distanza tra A(-6;-3) e B(4;3)

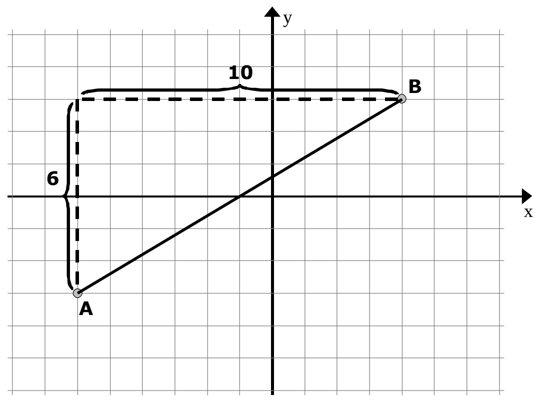


Fig. D1.18
Trovare la distanza tra due punti.

Per il teorema di Pitagora:
$d=\sqrt{6^2+10^2}=\sqrt{36+100}=\sqrt{136}=2\sqrt{34}.$
Per passare dalla radice di 136 a 2 volte la radice di 34 si deve portare fuori dalla radice:

136	2	il 2 va fuori radice.
68	2	
34	2	il 34 resta dentro radice.
17	17	
1		

D1.6 Punto medio di un segmento

Il punto medio di un segmento si può trovare graficamente evitando così di svolgere calcoli.
Nel caso non sia chiaro determinare dal grafico le coordinate del punto medio si utilizza la seguente formula.
DATI: due punti $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$.
RISULTATO: Il punto medio $P_m(x_m, y_m)$.
Formula del punto medio:

$$P_m\left(\frac{x_1+x_2}{2};\frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

Esempio D1.19:
Trovare il punto medio di $\overline{AB}$ con A(-3;-2) e B(1;2).

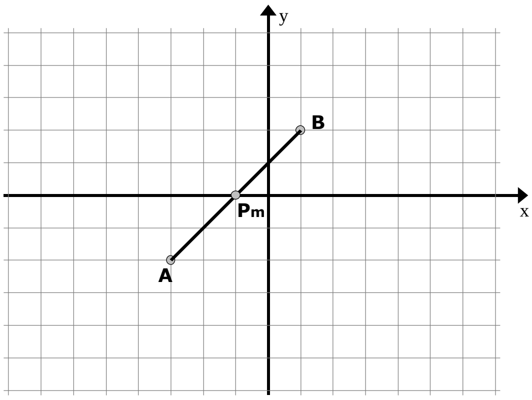


Fig. D1.19
Trovare il punto medio di un segmento.

Si vede dal grafico che il P_m è (-1;0). Se si utilizzasse la formula si troverebbe ovviamente lo stesso risultato.

Esempio D1.20:
Trovare il P medio di $\overline{AB}$ con A(-1;3) e $B\left(\frac{7}{2};-\frac{3}{4}\right)$.

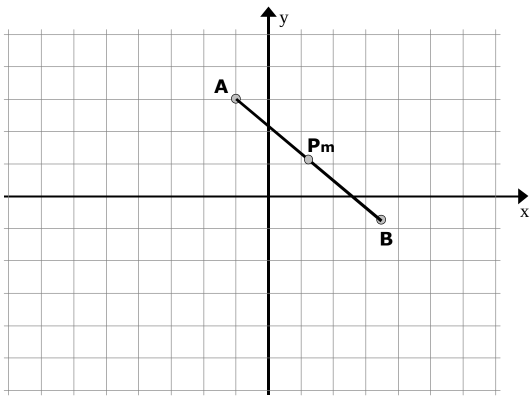


Fig. D1.20
Trovare il punto medio di un segmento.

Non si vedono esattamente dal grafico le coordinate del punto medio perciò si utilizza la formula:

$$P_m\left(\frac{-1+\frac{7}{2}}{2};\frac{3-\frac{3}{4}}{2}\right)=\left(\frac{\frac{-2+7}{2}}{2};\frac{\frac{12-3}{4}}{2}\right)=\left(\frac{5}{2}\cdot\frac{1}{2};\frac{9}{4}\cdot\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{5}{4};\frac{9}{8}\right).$$

D1.7 Retta per due punti

La retta passante per due punti si può trovare graficamente evitando così di svolgere calcoli.
Nel caso non si riesca a determinare m e q dal grafico si utilizza la formula seguente.

DATI: due punti $A(x_1, y_1)$ e $B(x_2, y_2)$
RISULTATO: L'equazione della retta passante per i due punti

Formula:

$$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$$

N.B. Tale formula NON FUNZIONA per le rette orizzontali e verticali. In caso di rette orizzontali o verticali l'equazione si trova sempre dal grafico.

Esempio D1.21:
Trovare la retta passante per i due punti A(-3;3) e B(6;-3).

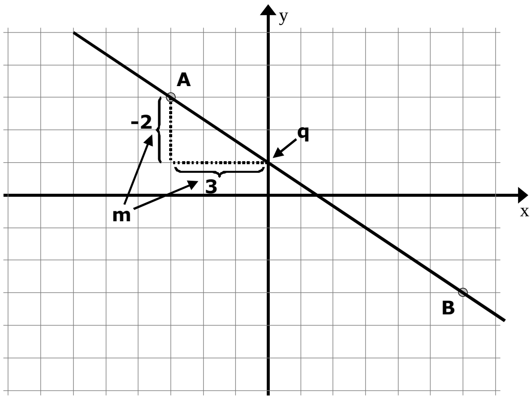


Fig. D1.21
Trovare l'equazione della retta passante per due punti.

Si vede dal grafico che q=1 ed $m=-\frac{2}{3}$ quindi la retta è $y=-\frac{2}{3}x+1$.

Esempio D1.22:

Trovare la retta passante per i due punti A(-1;3) e $B\left(-1;-\frac{5}{2}\right)$.

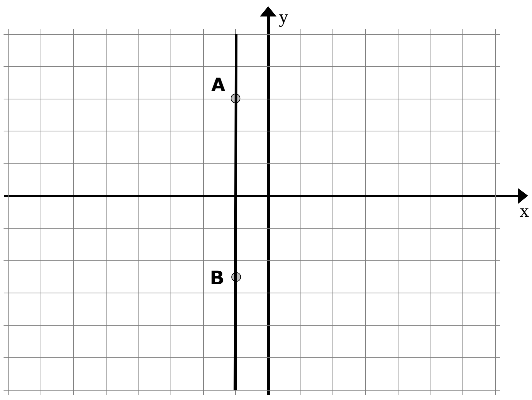


Fig. D1.22
Trovare l'equazione della retta passante per due punti.

La retta è verticale quindi è del tipo x=k.
In questo caso per tutti e due i punti l'ascissa è -1 quindi la retta ha equazione x=-1.

Esempio D1.23:

Trovare la retta passante per i due punti $A\left(-\frac{5}{2};-\frac{9}{2}\right)$ e B(3;1).

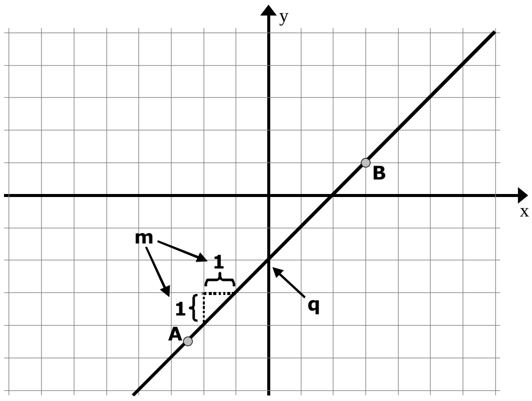


Fig. D1.23
Trovare l'equazione della retta passante per due punti.

Si determinano dal grafico q=-2 ed m=1 quindi la retta ha equazione y=x-2.

Esempio D1.24:
Trovare la retta passante per A(-1;3) e $A\left(\frac{7}{2};-\frac{3}{4}\right)$.

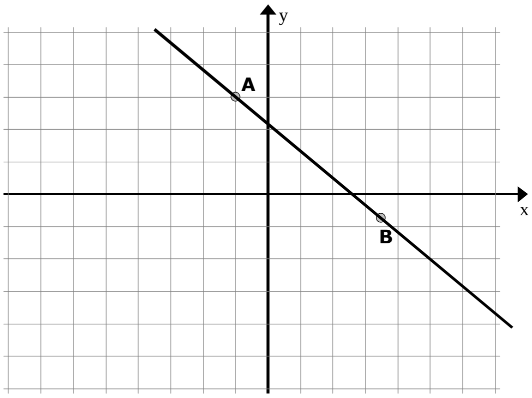


Fig. D1.24
Trovare l'equazione della retta passante per due punti.

Non si riescono a determinare esattamente dal grafico i valori di m e q perciò si utilizza la formula:

$$\frac{y-3}{-\frac{3}{4}-3}=\frac{x+1}{\frac{7}{2}+1} \Rightarrow \frac{x-3}{\frac{-3-12}{4}}=\frac{x+1}{\frac{7+2}{2}} \Rightarrow \frac{y-3}{\frac{-15}{4}}=\frac{x+1}{\frac{9}{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (y-3)\cdot-\frac{4}{15}=(x+1)\cdot\frac{2}{9} \Rightarrow -\frac{4}{15}y+\frac{12}{15}=\frac{2}{9}x+\frac{2}{9} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{-12y+36=10x+10}{\cancel{45}} \Rightarrow -12y=10x-26 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{-12}y}{\cancel{-12}}=\frac{10}{-12}x-\frac{26}{-12} \Rightarrow y=-\frac{5}{6}x+\frac{13}{6}$$

D1.8 Intersezione

Il punto d'incontro di due rette si può trovare direttamente dal grafico.
Nel caso non sia chiaro il punto d'incontro tra le due rette si risolve il sistema con le equazioni delle rette.
DATI: due rette r, s.
RISULTATO: Il punto d'incontro delle 2 rette.
Formula: Si risolve il sistema di equazioni tra le due rette. Il risultato del sistema è il punto d'intersezione.

Questo argomento è stato già trattato approfonditamente nel capitolo B6.

D1.9 Retta per un punto

Le rette passanti per un punto sono infinite, pertanto per trovare una particolare retta passante per un punto si deve conoscere anche il coefficiente angolare m. Ci sono vari casi:

- m è dato dal testo.
- viene data una retta parallela a quella da trovare $m_1=m_2$.
- viene data una retta perpendicolare a quella da trovare $m_1=-1/m_2$.

La retta può essere trovata dal grafico.
Nel caso non siano chiari dal grafico m e q si usa la formula.

DATI: un punto (x_1, y_1) ed m oppure
un punto (x_1, y_1) e una retta parallela o perpendicolare alla retta da trovare.
RISULTATO: La retta passante per il punto con m dato.

Formula:

$$y-y_1=m(x-x_1)$$

Tale formula rappresenta il **fascio proprio** di rette.

N.B. La formula non funziona per le rette verticali perché non hanno m!
In tal caso l'esercizio si risolve esclusivamente dal grafico.

Il **fascio improprio** di rette (parallele) ha equazione:

$$y=mx+k$$

Al variare di k si trovano le infinite rette parallele di coefficiente angolare m.

Esempio D1.25:
Trovare la retta passante per A(-1;4) con m =-3.

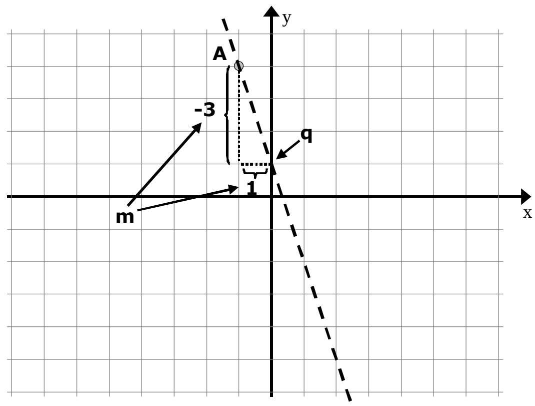


Fig. D1.25
Trovare l'equazione della retta passante per un punto conoscendo m.

Si traccia il punto A(-1;4) e da quel punto (m=-3) si scende di 3 e ci si sposta di 1.
Dal grafico si vede che q=1 per cui la retta è y=-3x+1.
Con la formula: $y-4=-3(x+1) \Rightarrow y-4=-3x-3 \Rightarrow y=-3x-3+4 \Rightarrow$ da cui $y=-3x+1$.
Ovviamente il risultato è lo stesso.

Esempio D1.26:
Trovare la retta pass. per A(-2;-4) parallela a y=2x-5.

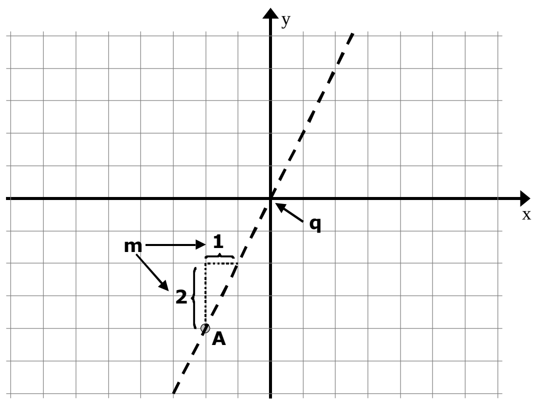


Fig. D1.26
Trovare l'equazione della retta passante per un punto parallela a una retta data.

Dire "parallela a y=2x-5" equivale a dire m=2.
Si traccia il punto A(-2;-4) e da quel punto si sale di 2 e ci si sposta verso destra di 1.
Si determina dal grafico q=0 per cui la retta è y=2x.
Con la formula: $y+4=2(x+2) \Rightarrow y+4=2x+4 \Rightarrow y=2x+4-4 \Rightarrow$ da cui $y=2x$.
Ovviamente il risultato è lo stesso.

Esempio D1.27:
Trovare la retta passante per A(-1;0) perpendicolare a $y=-\frac{2}{3}x+12$.

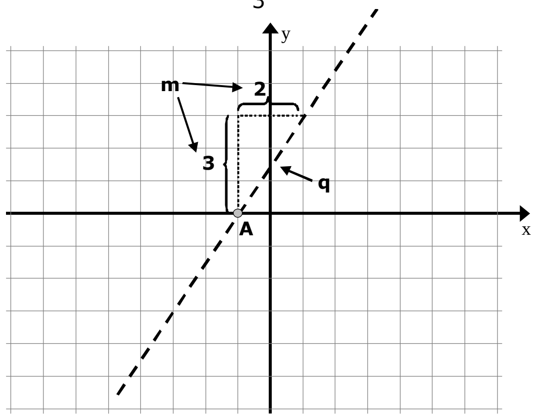


Fig. D1.27
Trovare l'equazione della retta passante per un punto perpendicolare a una retta data.

Dire "perpendicolare a $y=-\frac{2}{3}x+12$" equivale a dire $m=\frac{3}{2}$.

Si traccia il punto A(-1;0) e da quel punto ($m=\frac{3}{2}$) si sale di 3 e ci si sposta verso destra di 2. Dal grafico si determina q=3/2 per cui la retta è $y=\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}$.

Con la formula:

$$y-0=\frac{3}{2}(x+1)$$

$y=\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}$ e il risultato è ovviamente lo stesso

Esempio D1.28:
Trovare la retta pass. per A(3;5) parallela alla retta x=1225,73.

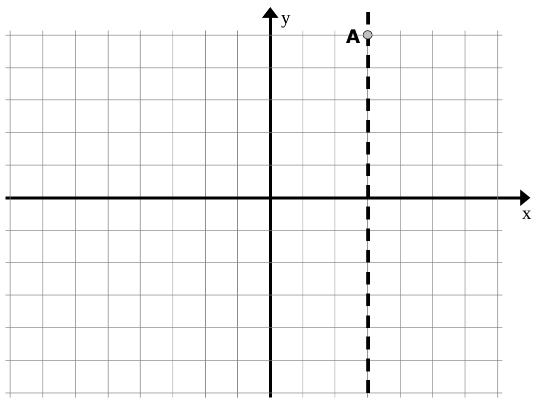


Fig. D1.28
Trovare l'equazione della retta passante per un punto parallela a una retta verticale.

La retta x=1225,73 è una retta verticale cioè del tipo x= numero. La parallela che si sta cercando passa per il punto A(3;5) ed è anch'essa verticale ossia del tipo x= numero. Tracciando la retta verticale passante per A si vede dal grafico che la retta cercata è x=3.

Si noti che non è possibile usare la formula perché la retta cercata è verticale e le rette verticali non hanno m.

Esempio D1.29:
Trovare la retta passante per A(-5;3) perpendicolare a y=3x-6.

Dire "perpendicolare a y=3x-6" equivale a dire $m=-\frac{1}{3}$. Si traccia il punto A(-5;3) e da quel punto si scende di 1 e ci si sposta di 3. Non si riesce a determinare dal grafico il valore esatto di q per cui si usa la formula:

$$y-3=-\frac{1}{3}(x+5) \Rightarrow y-3=-\frac{1}{3}x-\frac{5}{3} \Rightarrow y=-\frac{1}{3}x-\frac{5}{3}+3 \Rightarrow y=-\frac{1}{3}x+\frac{-5+9}{3} \Rightarrow y=-\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}.$$

q è quindi 4/3≈1,3 ed è un valore coerente con il grafico. Se q fosse venuto 3,2 sicuramente c'era qualche errore!

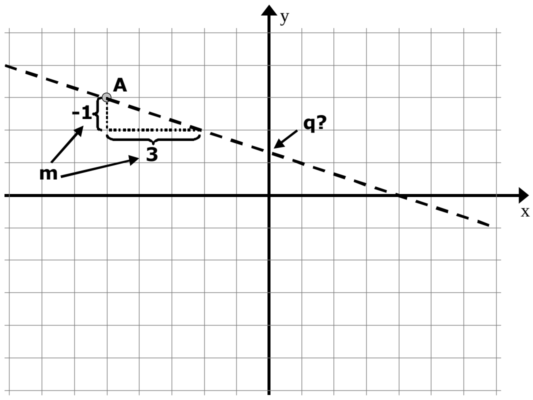


Fig. D1.29
Trovare l'equazione della retta passante per un punto perpendicolare a una retta data.

D1.10 Distanza di un punto da una retta

La distanza di un punto da una retta è difficile da trovare dal grafico perciò si consiglia di usare sempre la formula.

DATI: una retta r (ax+by+c=0 in forma implicita) e un punto A(x_1, y_1).
RISULTATO: la distanza tra A e r (la distanza è un numero).

Formula:

$$d=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

Esempio D1.30:
Trovare la distanza tra il punto A(3;-1) e la retta y=x+1.

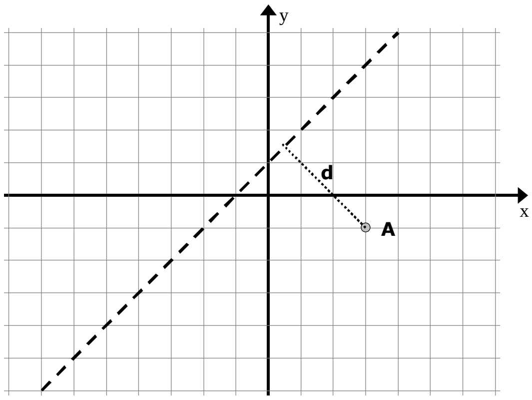


Fig. D1.30
Trovare la distanza tra un punto e una retta.

Il segmento che indica la distanza deve passare per A ed essere perpendicolare alla retta data.
Non CIRCA perpendicolare, ma ESATTAMENTE perpendicolare. Per tracciarlo correttamente si considera che m della retta data è 1, quindi il segmento perpendicolare avrà m=-1.
Si trasforma la retta y=x+1 in forma implicita; portando tutto a primo membro si ottiene -x+y-1=0.
Pertanto si hanno i seguenti valori: a=-1; b=+1; c=-1; x_1=3; y_1=-1.

$$d=\frac{|-1\cdot 3+1\cdot -1-1|}{\sqrt{(-1)^2+(1)^2}}=\frac{|-3-1-1|}{\sqrt{1+1}}=\frac{|-5|}{\sqrt{2}}=\frac{5}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}.$$

Esempio D1.31:
Trovare la distanza tra il punto A(0;4) e la retta $y=\frac{1}{3}x-\frac{4}{3}$.

Anche in questo caso il disegno deve essere preciso, per questo il segmento che indica la distanza deve scendere di 3 e spostarsi di 1.
Per prima cosa si scrive la retta in forma implicita: $y=\frac{1}{3}x-\frac{4}{3} \Rightarrow \frac{3y=x-4}{3} \Rightarrow 3y=x-4 \Rightarrow -x+3y+4=0$.
Pertanto si hanno i seguenti valori: a=-1; b=+3; c=+4; x_1=0; y_1=4.

$$d=\frac{|-1\cdot 0+3\cdot 4+4|}{\sqrt{(-1)^2+(3)^2}}=\frac{|0+12+4|}{\sqrt{1+9}}=\frac{|16|}{\sqrt{10}}=\frac{16}{\sqrt{10}}\cdot\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}}=\frac{16\sqrt{10}}{10}=\frac{8\sqrt{10}}{5}$$

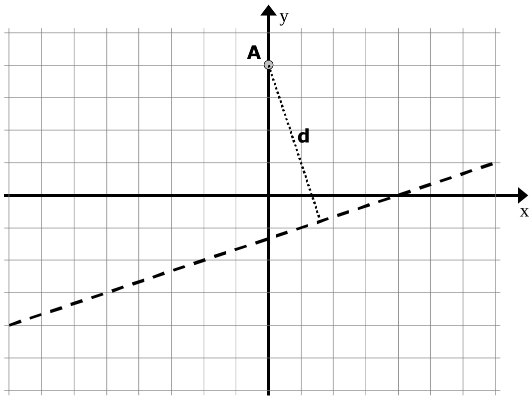


Fig. D1.31
Trovare la distanza tra un punto e una retta.

Esempio D1.32:
Trovare la distanza tra il punto A(4;3) e la retta $y=-\frac{1}{2}x$

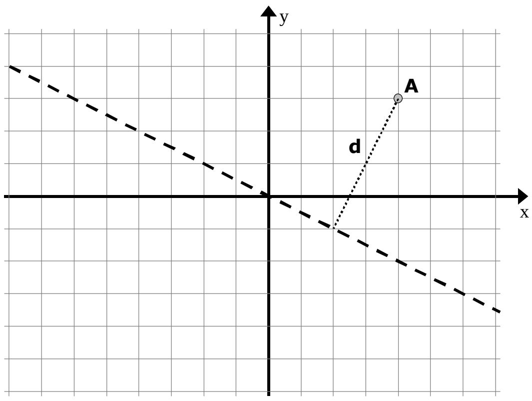


Fig. D1.32
Trovare la distanza tra un punto e una retta.

Se si traccia correttamente il segmento che indica la distanza si riesce a determinare dal grafico la distanza $d=2\sqrt{5}$.
Se si vogliono invece svolgere i calcoli si trasforma la retta $y=-\frac{1}{2}x$ in forma implicita:

$y=-\frac{1}{2}x \Rightarrow \frac{2y=-x}{2} \Rightarrow x+2y=0$. Si determinano quindi i valori: a=1; b=2; c=0; $x_1=4$; $y_1=3$.

$$d=\frac{|1\cdot 4+2\cdot 3+0|}{\sqrt{(1)^2+(2)^2}}=\frac{|4+6|}{\sqrt{1+4}}=\frac{|10|}{\sqrt{5}}=\frac{10}{\sqrt{5}}\cdot\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{10\sqrt{5}}{5}=2\sqrt{5}\ .$$

Esempio D1.33:
Trovare la distanza tra il punto A(2;-2) e la retta y=1.

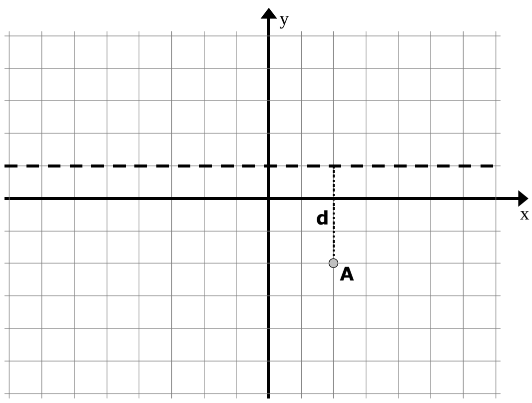


Fig. D1.33
Trovare la distanza tra un punto e una retta.

Se si traccia correttamente il segmento che indica la distanza si vede che d=3.
Se si vogliono svolgere i calcoli si trasforma la retta y=1 in forma implicita.

$y=1 \Rightarrow y-1=0$. Si determinano quindi i valori: $a=0$; $b=1$; $c=-1$; $x_1=2$; $y_1=-2$.

$$d=\frac{|0\cdot 2+1\cdot -2+-1|}{\sqrt{(0)^2+(1)^2}}=\frac{|0-2-1|}{\sqrt{1}}=\frac{|-3|}{1}=3\ .$$

D1.11 Tabella riassuntiva formule

Si deve tener presente che in questo argomento si ha a che fare con 3 tipi di oggetti:
I **punti**, che hanno una coordinata x e una y. $A(x_1, y_1)$
Le rette, che sono equazioni. $y=mx+q$ oppure $ax+by+c=0$
Le distanze, che sono numeri.

La tabella riassuntiva qui sotto serve per chiarire per ogni formula di quali dati si ha bisogno e che tipo di oggetto si trova.

Nome formula	Formula	Dati	Risultato
Distanza tra due punti	$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$	Due punti $A(x_1, y_1)$ $B(x_2, y_2)$	Un numero
Punto medio di un segmento	$P_m\left(\frac{x_1+x_2}{2};\frac{y_1+y_2}{2}\right)$	Due punti $A(x_1, y_1)$ $B(x_2, y_2)$	Un punto
Retta per due punti	$\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{x-x_1}{x_2-x_1}$	Due punti $A(x_1, y_1)$ $B(x_2, y_2)$	Una retta
Retta per un punto	$y-y_1=m(x-x_1)$	Un punto $A(x_1, y_1)$ e m oppure una retta parallela $m_1=m_2$ perpendicolare $m_1=-\frac{1}{m_2}$	Una retta
Intersezione	Sistema	Due rette	Un punto
Distanza di un punto da una retta	$d=\frac{\lvert ax_1+by_1+c\rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}$	Un punto $A(x_1, y_1)$ e una retta in forma implicita $ax+by+c=0$	Un numero