B1. Monomi

B1.1 Cos'è un monomio

Definizione: un **monomio** è una espressione con numeri e lettere contenente solo moltiplicazioni, divisioni e potenze nella quale non ci sono lettere al denominatore.

MONOMIO A FORMA NORMALE
Un monomio si dice ridotto a forma normale se è composto da 3 parti, ossia:
- **Segno**
- **Coefficiente numerico**
- **Lettere**

Queste 3 parti devono essere scritte in questo ordine.
Per ridurre un monomio a forma normale si moltiplicano tra loro prima i segni, poi i numeri ed infine le lettere.
Quando il coefficiente è 1 non si scrive.

Esempio B1.1:
$\frac{5}{12}a^2bc^4\left(-\frac{6}{10}\right)a\cdot 2b^3$ è un monomio non ridotto a forma normale.
$\frac{5}{12}a^2bc^4\left(-\frac{6}{10}\right)a\cdot 2\cdot b^3 = -\frac{1}{2}a^3b^4c^4$ è lo stesso monomio ridotto a forma normale.
Prima si calcola il **segno** (+·- fa -).
Poi si calcola il **numero** (si semplificano le frazioni e si moltiplicano i numeri tra di loro).
Poi si calcolano gli esponenti delle **lettere** (essendo tutte moltiplicazioni si effettua la somma degli esponenti).

Esempio B1.2:
$a^2+\frac{1}{2}b$ non è un monomio perché c'è una somma.
$a^2:\frac{1}{2}b$ non è un monomio perché $a^2:\frac{1}{2}b = a^2\cdot\frac{2}{b} = \frac{2a^2}{b}$ e c'è una lettera al denominatore.
$a^{-2}\cdot\frac{1}{2}b$ non è un monomio perché l'esponente della a è negativo, si deve girare la frazione e la lettera a va al denominatore.
$3^{-2}\cdot\frac{1}{2}b$ è un monomio perché l'esponente del 3 è negativo e il 3 va a denominatore, ma anche facendo ciò al denominatore non ci sono lettere.

Le espressioni con le lettere al denominatore si chiamano FRAZIONI ALGEBRICHE e saranno trattate più avanti.

MONOMI SIMILI

Definizione: due o più monomi sono detti **simili** se hanno la stessa parte letterale.

Esempio B1.3:
$3a^2b$ e $-\frac{1}{2}a^2b$ sono simili perché hanno la stessa parte letterale (a^2b).
$3a^2b^2$ e $-\frac{1}{2}a^2b$ non sono simili perché hanno parte letterale diversa (il primo ha parte letterale a^2b^2 e il secondo a^2b).

GRADO DI UN MONOMIO
Definizione: Il **grado** di un monomio rispetto ad una lettera è l'esponente della lettera con il monomio ridotto a forma normale. Se la lettera non c'è il monomio è di grado zero rispetto a tale lettera.
Il **grado complessivo** del monomio è la somma degli esponenti di tutte le lettere.

Esempio B1.4: $-\frac{12}{7}a^4xy^2$ è ridotto a forma normale.
Il coefficiente numerico è $-\frac{12}{7}$
Il grado rispetto alla lettera a è 4
Il grado rispetto alla lettera x è 1
Il grado rispetto alla lettera y è 2
Il grado rispetto alla lettera b è 0 (la lettera b non c'è)
Il grado complessivo è 7 (4+1+2)

VALORE DI UNA ESPRESSIONE LETTERALE
Conoscendo il valore delle lettere si può calcolare il valore di una espressione letterale sostituendo al posto delle lettere i loro valori messi tra parentesi.

Esempio B1.5:

Il valore di $-\frac{1}{2}ab^2$ con a=-2 e b=3 si calcola mettendo –2 al posto di a e 3 al posto di b.

$$-\frac{1}{2}(-2)\cdot(3)^2 = -\frac{1}{2}(-2)\cdot(9) = +9$$

B1.2 Somma e sottrazione

E' possibile sommare solo monomi simili.
Per sommare due o più monomi simili si sommano solo i coefficienti numerici.
La parte letterale resta invariata.

Esempio B1.6: $3a^2b+a$ non si può fare la somma perché i monomi non sono simili.
Esempio B1.7: $3a^2b+a^2b-2a^2b=(3+1-2)a^2b=2a^2b$

Esempio B1.8: $-2a+\frac{1}{2}a = \left(-2+\frac{1}{2}\right)a = \frac{-4+1}{2}a = -\frac{3}{2}a$

Esempio B1.9: $\underline{3a^2}+\underline{\underline{ab}}-2\underline{\underline{ab}}+5a-\underline{a^2}+4\underline{\underline{ab}}-7a+2\underline{a^2}=(3-1+2)a^2+(1-2+4)ab+(5-7)a=4a^2+3ab-2a$

Quando ci sono sia monomi simili che non simili si sottolineano nello stesso modo quelli simili tra di loro.

B1.3 Prodotto

Procedimento:
- Si moltiplicano i segni.
- Si moltiplicano i coefficienti numerici.
- Si sommano gli esponenti delle lettere.

Esempio B1.10:

$$\left(-\frac{2}{9}a^2b^3x\right)\cdot\left(-\frac{18}{5}ab^3\right) = +\frac{4}{5}a^3b^6x$$

segno → meno per meno fa più
coeff. numerici → si semplificano e si moltiplicano
lettere → si sommano gli esponenti di ciascuna lettera

B1.4 Divisione

ATTENZIONE PERCHE' QUI SI COMMETTONO SPESSO ERRORI.

Procedimento:
- Si moltiplicano i segni.
- Si moltiplica il coefficiente numerico del primo per l'inverso del secondo.
- Si sottraggono gli esponenti delle lettere.

Esempio B1.11 svolto CORRETTAMENTE:

$$\left(-3\,a^5b^3x\right):\left(\frac{1}{5}ab^3\right) = \underbrace{-}_{\text{SEGNO}}\ \underbrace{\left(3\cdot\frac{5}{1}\right)}_{\text{NUMERI}}\ \underbrace{a^{5-1}b^{3-3}x}_{\text{LETTERE}} = -15a^4x$$ **SI, COSI' VA BENE!**

Stesso esempio svolto in maniera SBAGLIATA:

$$\left(-3\,a^5b^3x\right):\left(\frac{1}{5}ab^3\right) = \left(-3\,a^5b^3x\right)\cdot\left(\frac{5}{1}ab^3\right)$$ **NO NO NO e poi NO**

Non si deve copiare il primo e girare il secondo. Non è questo il procedimento. Non è la stessa cosa. Il risultato verrà sbagliato.

Se gli esponenti delle lettere del secondo monomio sono più grandi di quelli del primo si può fare la divisione ma il risultato non è più un monomio ma una frazione algebrica perché ci saranno delle lettere al denominatore.

Esempio B1.12: $\left(-\frac{4}{3}a^2x^3y\right)\div\left(2a^5xy^2\right) = -\left(\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{2}\right)a^{2-5}x^{3-1}y^{1-2} = -\frac{2}{3}a^{-3}x^2y^{-1} = -\frac{2x^2}{3a^3y}$

B1.5 Potenze

Procedimento:
- Si eleva a potenza il segno.
- Si eleva a potenza il coefficiente numerico.
- Si moltiplicano gli esponenti delle lettere.

Esempio B1.13:

$$\left(-\frac{3}{2}ab^2\right)^3 = -\frac{27}{8}a^3b^6$$

SEGNO NUMERI LETTERE

B1.6 MCD e mcm

Procedimento per trovare il MCD di alcuni monomi

- Si scompongono in fattori i coefficienti numerici
- Se ci sono frazioni il MCD ha coefficiente numerico 1
- Si prendono i fattori comuni con il minimo esponente

Procedimento per trovare il mcm di alcuni monomi

- Si scompongono in fattori i coefficienti numerici
- Se ci sono frazioni il mcm ha coefficiente numerico 1
- Si prendono tutti i fattori (comuni e non comuni) con il massimo esponente

ESEMPIO 1: Trovare MCD e mcm dei seguenti monomi

$30a^2xy^3 \qquad 12a^3x^3z^3 \qquad 18a^5xz^4$

- Si scompongono in fattori i coeff. numerici

  $30a^2xy^3 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot a^2xy^3$

  $12a^3x^3z^3 = 2^2 \cdot 3 \cdot a^3x^3z^3$

  $18a^5xz^4 = 2 \cdot 3^2 \cdot a^5xz^4$
- $MCD=2 \cdot 3 \cdot a^2x=6\ a^2x$ (fattori comuni con il minimo esponente)
- $mcm=2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot a^5x^3y^3z^4= 180a^5x^3y^3z^4$ (tutti i fattori con il massimo esponente)

ESEMPIO 2: Trovare MCD e mcm dei seguenti monomi

$-3ab \qquad \frac{1}{2}xy^2$

- Ci sono frazioni pertanto il coefficiente numerico è 1 sia per il MCD che per il mcm
- MCD=1 (non ci sono lettere in comune)
- $mcm=abxy^2$ (tutti i fattori con il massimo esponente)

Si noti che il MCD e il mcm hanno sempre segno positivo a prescindere dai segni dei monomi di partenza.